ARTYKUŁY

ZAGADNIENIA FILOZOFICZNE
W NAUCE
IV / 1982, s. 35–40*

Michał HELLER

MATEMATYKA W ROLI OFELII

> „(W matematyce) zasady są namacalne, ale odległe od pospolitego użytku, tak iż z trudnością przychodzi zwrócić głowę w tę stronę dla braku nawyku, ale skoro raz się ją zwróci, widzi się zasady zupełnie jasno; trzeba by mieć umysł zupełnie opaczny, aby fałszywie rozumować na podstawie zasad tak grubych, że prawie niepodobna ich przeoczyć".
>
> Pascal, *Myśli*

U początków myśli europejskiej leży zdziwienie światem zdziwienie matematyką. Zdziwienie światem wyraziło się w pytaniach stawianych przez Jońskich Filozofów Przyrody. Zdziwienie matematyką doprowadziło do filozofii Platona. Zresztą prawie od samego początku obydwa te zdziwienia łączyły się w jedno: już u Pitagorejczyków znajduje się twierdzenie, że liczba stanowi istotę Wszechświata.

Gdy tylko matematyka wyrosła z niemowlęcego wieku najprostszej techniki rachunkowej na codzienny użytek i stała się młodą, ale już w pełni samodzielną nauką, jej naturalnym środowiskiem była filozofia. Filozofia zawsze tęskniła do ścisłości, której ideał widziała w matematyce; z drugiej strony ścisłość matematyki sama nakłaniała do filozoficznej refleksji. Z chęci przeniesienia matematycznej ścisłości na teren filozofii zrodziła się logika; z refleksji nad ścisłością matematyki i logiki rodziły się i upadały systemy filozoficzne i metafizyki.

Od samego początku matematyka była dla myślicieli pierwowzorem czy też pewnego rodzaju modelem racjonalności, racjonalność jest niczym innym, jak tylko tą ukrytą w człowieku siłą, która każe mu nie tylko myślą biernie kopiować, ale czynnie tworzyć — tworzyć przede wszystkim zrozumienie samej myśli, i tego, co dzieje się wokół. Racjonalność przenika wszystkie dziedziny ludzkiej działalności; z tego prostego względu,

---

*UWAGA: Tekst został zrekonstruowany przy pomocy środków automatycznych; możliwe są więc pewne błędy, których sygnalizacja jest mile widziana (obi@opoka.org). Tekst elektroniczny posiada odrębną numerację stron.

że co nie jest racjonalne, prędzej czy później musi zniszczeć, rozerwane wewnętrznymi sprzecznościami. Racjonalność wreszcie każe człowiekowi stawiać pytania dotyczące samego ludzkiego istnienia. Pytania o najwyższej doniosłości, bo jeśli te pytania okazałyby się nieracjonalne, to wszystko jest bezsensem, łącznie z samą racjonalnością i jej pierwowzorem — matematyką. Racjonalność jest po prostu uczciwością w myśleniu i uczciwością wobec myślenia.

Greccy filozofowie wiedzieli o tym wszystkim. Chciałoby się nawet powiedzieć, że nie obciążeni, tak jak my, balastem terminologii i nadsubtelnych rozróżnień wiedzieli o tym wszystkim bardziej instynktownie, a więc bardziej bezpośrednio, niż my. I tu rodziło się coś na kształt odczucia czci wobec matematyki; często uważano ją za „wiedzę boską". Matematyka bywała nie tylko przedmiotem dociekań metafizycznych, stawała się często obiektem teologicznej kontemplacji. Absolutność matematyki (niezawodność i apodyktyczność matematycznego wynikania) nasuwała wniosek o jej pokrewieństwie z Absolutem teologii. Pierwszymi teologami matematyki byli pitagorejczycy i Platon, ale mieli oni godnych siebie następców. Wprawdzie św. Augustyn z Hippony przestrzegał dobrych Chrześcijan „przed matematykami i przed tymi, co tworzą puste proroctwa", ale to nie przeszkadzało mu uważać twierdzeń matematyki za „prawdy wieczne", czyli za prawdy, które nie mogą być tworem ograniczonego czasowo ludzkiego umysłu, lecz muszą czerpać swoją „wiecznotrwałość" z konieczności Boga. Prawdy wieczne, a więc i matematyka, są myślami Boga. Warto także zwrócić uwagę, że jedno z najczęstszych określeń Boga (i to występujące w bardzo różnych od siebie systemach teologicznych): „Bóg to Nieskończoność" zostało jeśli nie zapożyczone od matematyki, to w każdym razie inspirowane przez rozważania typu matematycznego.

Przyroda tak długo pozostawała zamkniętą księgą, dopóki nie odkryto, że jest napisana językiem matematyki. Arystoteles próbował przełamać szyfr przyrody, stosując do niego klucz logiki języka potocznego. Logika ta okazała się zbyt płynna i tak elastyczna, że dało się ją w praktyce naciągać do każdej sytuacji. Toteż Arystoteles zaczął ja stylizować i uściślać. Potoczne (i często niekrytyczne) obserwacje plus żąglerka znaczeniami terminów sprawiły, że „fizyka" Arystotelesa i jego następców miała niewielki związek z badaniem przyrody. Była co najwyżej, na pewnym etapie swojego rozwoju, przygotowaniem do takiego badania.

Franciszek Bacon przeczuwał a Galileusz sformułował to jasno, że „księga natury pisana jest w matematycznym języku, jej znakami pisarskimi są trójkąty, koła i inne figury geometryczne, bez których pomocy ani słowa z niej zrozumieć nie podobna”. Jeśli językiem księgi przyrody jest matematyka, to dostęp do jej treści gwarantuje doświadczenie. Ale podczas gdy Bacon uważał indukcyjne zbieranie danych doświadczenia za istotę działalność naukowej, to dla Galileusza i jego następców doświadczenie o tyle tylko jest naukowe o ile można je wpleść w siatkę matematycznych dedukcji. Od *Matematycznych zasad filozofii przyrody* Izaaka Newtona rozpoczął się triumfalny pochód zmatematyzowanego przyrodoznawstwa. Pochód ten tworzyły dwa wątki: rozwój technik doświadczalnych i rozwój metod matematycznych. Z dziwnym sprzężeniem zwrotnym działającym pomiędzy nimi. Metody matematyczne zastępowały, zda się, ostrość zmysłów. Najbardziej narzucające się poznanie zmysłowe modyfikuje się, stylizuje lub odrzuca, jeśli nie odpowiada ono formalnej strukturze narzuconej przez przyjęte metody matematyczne. Nikt nigdy nie widział, by ciało pozostawione sobie (tzn. takie, na które nie działają żadne siły lub działające równoważą się) poruszało się nieograniczenie ruchem jednostajnym. Ale taką właśnie zasadę przyjął Newton za podstawowy postulat swojej mechaniki, bo właśnie taką intuicję zasugerował mu formalizm matematyczny. Było to lekceważenie zmysłów na rzecz matematyki. Rola matematyki w naukach przyrodniczych nie sprowadza się tylko do funkcji użytecznego narzędzia. Przyroda jest matematyczna w znacznie głębszym sensie niż wydaje się na pierwszy rzut oka.

Odżyła idea Pitagorasa, ale nie w tak uproszczonej wersji jak ta, która głosi, że liczba jest istotą świata. Pitagorejskie proporcje liczbowe czy „trójkąty, koła i inne figury geometryczne” Galileusza zostały zastąpione przez znacznie bardziej wyrafinowane zabiegi formalne, nazwane później matematycznym modelowaniem przyrody.

Nic więc dziwnego, że rozwój nauk przyrodniczych stymulował rozwój matematyki. W czasach nowożytnych naturalnym środowiskiem matematyki stały się empiryczne nauki przyrodnicze.

Niemniej jednak, niezależnie od tego cokolwiek byśmy powiedzieli na temat głębokiej matematyczności przyrody, w praktyce rzemieślników nauki (nawet tych największych) matematyka była traktowana jako narzędzie. Narzędzie to, w miarę używania, doskonaliło się i wyostrzało, zdobywało coraz większy stopień autonomii, coraz częściej stawiało problemy, wynikające ze swojej własnej natury, zupełnie niezależnie od konkretnych zastosowań. Herman Weyl, na marginesie swojej pracy poświęconej w całości zastosowaniom geometrii, napisał następującą uwagę: „Tak jak ktoś kto chce nabyć biegłości w wyrażaniu swoich myśli, musi najpierw spędzić wiele pracowitych godzin na uczeniu się języka i pisaniu, podobnie istnieje tylko jeden sposób, by się wyzwolić spod ciężaru formuł, a mianowicie tak opanować technikę (rachunkową)?, by móc się potem zwrócić do rzeczywistych problemów...”[1]. Bieg historii wykorzystał tę samą taktykę. Z chwilą gdy technika została wystarczająco opanowana, zwrócono się ku „rzeczywistym problemom”. W XIX i XX wieku matematyka wkroczyła w wiek dojrzały, symptomem tego było uzyskanie przez nią dużego stopnia samoświadomości. Matematyka zapytała o swoje podstawy i swoje granice. Powstały różnego rodzaju *fundamenta mathematicae* i różne filozofie matematyki. Meta–matematyka nie tylko została nadbudowana nad matematyką; sama matematyka coraz wyraźniej wyłania z siebie meta–zagadnienia.

Matematyka uświadomiła sobie swoją identyczność z logiką, która w międzyczasie (od Arystotelesa do Russella i Whiteheada) coraz bardziej się matematyzowała. „Tak znaczna część nowoczesnych badań matematycznych — pisał Russell — znajduje się w sposób oczywisty na pograniczu logiki, tak znaczna część nowoczesnych badań logicznych ma charakter symboliczny i formalny, że nader ścisły związek między logiką i matematyką stał się oczywisty dla każdego wykształconego badacza. Dowód identyczności tych dwóch dziedzin jest już sprawą szczegółową: wychodząc z przesłanek, które uważa się powszechnie za należące do logiki, i dochodząc przez dedukcję do wyników, które w oczywisty sposób należą do matematyki, znajdujemy, że nie ma żadnego punktu, przez który można by przeprowadzić ostrą linię, która zostawiałaby logikę po jednej, a matematykę po drugiej stronie”[2]. Stwierdzenie identyczności pomiędzy matematyką i logiką było czymś więcej niż tylko wykazaniem biegłości w redukowaniu matematycznych wniosków z logicznych przesłanek lub odwrotnie; dało ono matematyce świadomość pełnej autonomii, jako nauki formalnej, całkowicie niezależnej od swoich rozlicznych zastosowań, z którą jednak muszą się liczyć wszystkie inne nauki (zwane realnymi), przynajmniej w tym sensie, że to, co jest niezgodne z regułami (co zawiera sprzeczność), nie może być czymś realnym. Matematyka z narzędzia stała się abstrakcyjną sztuką, ze służebnicy — królową.

W czasach współczesnych naturalnym środowiskiem matematyki stała się sama matematyka. Nauki empiryczne nadal stymulują, czasem nawet wyprzedzają badania matematyką (np. delta Diraca i matematyczna teoria dystrybucji), ale pozostaje wyostrzona świadomość, że są to tylko zastosowania czystej matematyki.

[1]H. Weyl, *Space–Time–Matter*, Dover Publ., 1922, s. 137.

[2]B. Russell, *Wstęp do filozofii matematyki*, (tłum. Cz. Znamierowski), PWN, Warszawa 1958, s. 284–285.

Matematyka jest Wielkim Doświadczeniem ludzkości. Doświadczeniem ścisłości, precyzji, *wynikania*. Nie idzie tu o zadumanie czy kontemplację „matematycznego piękna", ale o doświadczenie w ścisłym tego słowa znaczeniu: dotknięcie, stwierdzenie, namacalność skutków. Doświadczenie to przenika — jak widzieliśmy — dziedziny filozofii, nauk o przyrodzie, czystego formalizmu; wznosi się aż do teologii, zstępuje do konkretnych zastosowań takich jak: budowa mostów i maszyn, przewidywania wahań sytuacji rynkowych, obliczania prawdopodobieństw wygrania w ruletkę... Matematyka jest pierwowzorem, ale w dużej mierze także i realizacją „ducha racjonalności".

Zakończmy poważne zapowiedzi tego, co nastąpi, pogodnym cytatem z *Science and the Modern World* Whiteheada (rozdz. 2): „Nie posunę się aż tak daleko, by twierdzić, że badanie historii myśli bez dogłębnego studium matematycznych idei w kolejnych epokach byłoby jak usunięcie Hamleta ze sztuki, która jest zatytułowana jego imieniem. Byłoby to zbyt mocnym twierdzeniem. Ale zabieg taki byłby z całą pewnością analogiczny do wycięcia roli Ofelii. To porównanie jest szczególnie trafne. Ponieważ rola Ofelii jest zasadnicza dla całej sztuki, a ona sama jest bardzo czarująca i ... nieco zwariowana. Zgódźmy się, że poświęcanie się matematyce jest boskim wariactwem ducha, ucieczką od niepokojącego ciśnienia przygodnych zdarzeń[3].

[3]A. N. Whitehead, *Science and the Modern World*, Collins (Fontana Books), 1975, s. 33–34.