RECENZJE

ZAGADNIENIA FILOZOFICZNE
W NAUCE
IV / 1982, s. 56–59*

Michał HELLER

TRZY PANIE O FIZYCE MATEMATYCZNEJ

- Yvonne Choquet–Bruhat, Cécile DeWitt–Morette, Margaret Dillard–Bleick, *Analysis, Manifolds and Physics*, North–Holland Publishing Company, Amsterdam — New York — Oxford, 1978, ss. XVII + 544.

Spędziłem nad ta książką wiele godzin. Czytałem ją tak jak się czyta powieść: w pociągu, w fotelu z filiżanką kawy pod ręką, wieczorem przed zaśnięciem. Nie zwracałem wtedy uwagi na „techniczne" przekształcania formuł, starałem się chwytać wyobrażeniową treść (bo w matematyce wyobraźni jest więcej — lub przynajmniej nie mniej — niż w malarstwie lub poezji), odkrywać spójną całość i cieszyć się pięknem matematycznych struktur. Ale też kiedy indziej czytałem ją z ołówkiem w ręku, wyprowadzając wzory, przeliczając przykłady i ćwiczenia. Po prostu uczyłem się. Tak jak uczy się student do egzaminu, często z wysiłkiem, przełamując opór zmęczenia. Ale i to dawało mi zadowolenie. Krok po kroku, formuła po formule, zdobywałem nowy język; nowy język, który pozwalał mi rozumieć problemy nowego lądu, o jakich przygodny turysta nie jest w stanie niczego dowiedzieć się z kolorowych folderów.

Jednakże matematyka to nie liczenie: cztery działania, które komplikuje się powyginanymi nawiasami i kreskami ułamkowymi ułożonymi w przemyślne piętra. Liczenie jest co najwyżej „techniczną siłą" współczesnej matematyki, pomocniczym zadaniem, coraz częściej powierzanym do wykonania szybkim komputerom. Sama matematyka jest światem, który odkrywa się tworząc.

Istnieją różne światy. Świat wyobraźni i marzeń, po którego krętych drogach błądzi myśl poety. Świat wrażeń i zmysłów, o który można sobie rozbić czoło, gdy chce się weń wejść zbyt brutalnie. I jest też świat matematyki. Wstępuje się do niego intuicją, jak do świata poetów, ale można

*UWAGA: Tekst został zrekonstruowany przy pomocy środków automatycznych; możliwe są więc pewne błędy, których sygnalizacja jest mile widziana (obi@opoka.org). Tekst elektroniczny posiada odrębną numerację stron.

sobie w nim solidnie poobijać boki, jeżeli nie dość dokładnie przestrzega się reguł wyznaczonych jego nieubłagalnym istnieniem.

Bo matematyka ma istnienie. Bardziej nieubłagane niż istnienie kamienia. Kamień rozleci się kiedyś, zmielony w żarnach czasu. Prawa matematyki są poza czasem i poza przestrzenią. Jeżeli jakaś teza matematyczna wynika z jakichś aksjomatów przy pomocy danych reguł wnioskowania, to *jest* tak zawsze, niezależnie od czegokolwiek. Dlatego matematykę można odkrywać. Istniała ona gdzieś nieznana, niewiadoma, a potem się ją odnajduje, stawia w świetle i cieszy się, że jest, jaka jest.

Ale odkrywanie matematyki nie jest ze wszystkim takie jak odkrywanie nowego lądu. Bo nowy ląd można opisać, sfotografować, nanieść na mapę. W odkrywaniu matematyki funkcja odkrywcy jest znacznie bardziej czynna: odkrywając matematykę, odkrywca daje znacznie więcej z siebie, ze swojej własnej substancji. Związki matematyczne istnieją niezależnie od tego, czy zostaną odkryte, czy nie, ale w każdym wypadku nie mogą one zostać odkryte bez równoczesnego włączenia ich w już znany formalizm, stworzony wcześniej przez innych ludzi. Matematyka dla człowieka staje się dopiero wtedy, gdy staje się językiem. A język daje odkrywca. Dlatego matematykę odkrywa się tworząc.

Taka jest filozofia matematycznego odkrycia–twórczości, i taka też jest jego psychologia: odkrywam, ale też i tworzę. Tego typu doznania są udziałem nie tylko wielkich matematyków, których nazwiskami chrzci się potem nowoodkryte dziedziny, ale także i tych, którzy odkrywają matematyczne światy tworząc je tylko na swój użytek, którzy uczą się jedynie szlaków przetartych uprzednio przez innych. Takie przeżycia były i moim udziałem podczas lektury i pracy nad książką napisaną przez trzy panie.

Matematyka jest piękna, pełna harmonii, jest w niej tak, *jak powinno być*. Ośmieliłbym się powiedzieć, że jest ona jedyną dostępną nam dziedziną nie dotkniętą skutkami grzechu pierworodnego. Już z zastosowaniem matematyki do tzw. rzeczywistego świata nie jest tak harmonijnie, prosto i tak absolutnie koniecznie. Tu już powstają pytania „dlaczego?” i odpowiedzi na nie nie można szukać w konieczności, lecz w zaobserwowanych faktach. Na przykład: dlaczego świat badany przez fizykę jest opisywany przez te a nie inne teorie matematyczne? Wskazanie matematycznych teorii, opisujących świat, rekonstruujących jego struktur, nie wynika z samych tych teorii, lecz z obserwacji i eksperymentu. I chociaż nie jest to już czystą matematyką, konieczną formą, nieskażoną cieniem przypadkowości, to jest to także pasjonujące i drugie co do doniosłości pytanie filozofii przyrody. Pierwsze: jak istnieje matematyka, i właśnie to drugie: jaki jest stosunek istnienia matematycznego do istnienia, jakim my jesteśmy?

Książka *Analiza, rozmaitości i fizyka*, podręcznik nowoczesnych metod matematycznych fizyki, ma dla mnie tak wielki ładunek filozoficzny, ponieważ dotyczy ona właśnie tych dwu fundamentalnych pytań. A czyni to nie w formie filozoficznych roztrząsań, lecz ukazując niejako architekturę tych pytań przez prowadzenie czytelnika drogą odkrywania matematyki tworząc i przez uczenie go, jak budować matematyczne modele fizycznego świata. Pytania filozoficzne przychodzą same. Niniejsze notatki są tego dowodem.

Teoria rozmaitości jest niezwykle pięknym, czysto matematycznym światem. Na rozmaitości, jakby na podłożu, mogą być nadbudowywane różne, coraz bardziej skomplikowane i coraz bardziej piętrowe, struktury. Na rozmaitości, jakby na scenie, mogą się rozgrywać różne procesy przedstawiane przez różnego rodzaju pola funkcyjne i wektorowe. Teoria rozmaitości jest nowoczesnym uogólnieniem i zunifikowaniem wielu dawnych pojęć geometrycznych. Jedną z najważniejszych cech rozmaitości jest to, że tylko na niej może „dziać się” analiza matematyczna. Jeżeli analiza, to tylko na rozmaitości. Nawet tradycyjny, kursoryczny wykład analizy przemyca pojęcie rozmaitości, przyjmując euklidesowość przestrzeni, na której się rozgrywa.

Teoria rozmaitości jest właśnie tym światem matematycznym, któremu świat, w jakim żyjemy, zawdzięcza istotne elementy struktury. Czasoprzestrzeń, arena, na jakiej rozgrywają się wszystkie kwantowe i makroskopowe (ale nie wiadomo, czy subkwantowe) procesy fizyczne, ma właśnie strukturę rozmaitości. Czasoprzestrzeń jest jakby wspólnym mianownikiem rozmaitych teorii fizycznych: mechaniki kwantowej, mechaniki klasycznej, teorii względności... Dopiero na arenie czasoprzestrzeni każda z tych teorii nadbudowuje sobie właściwe struktury matematyczne.

Także analiza matematyczna ma dla fizyki istotne znaczenie. To ona przecież modeluje wszystkie procesy związane z ruchem i zmianą; ona jest podstawą teorii równań różniczkowych, przy pomocy których, z kolei, wysławia się prawa przyrody.

To są tylko najogólniejsze tematy książki *Analiza, rozmaitości i fizyka*; szczegółowy spis treści jest znacznie bardziej rozbudowany. Pierwsze dwa rozdziały są zwięzłym przypomnieniem podstawowych pojęć algebry abstrakcyjnej, topologii i analizy na przestrzeniach Banacha. Trzeci rozdział przedstawia teorię rozmaitości, wiązek włóknistych i grup Liego; czwarty — teorię form i całkowania na rozmaitościach. Piąty rozdział zawiera nowoczesny wykład geometrii Riemanna, ze szczególnym uwzględnieniem — dla potrzeb teorii względności — przestrzeni pseudoriemanowskich; szósty — teorię dystrybucji z obszernym omówieniem przestrzeni Sobolewa i ich zastosowaniami w teorii równań różniczkowych cząstkowych. Rozdział siódmy powraca do problematyki rozmaitości, ale tym razem nieskończenie–wymiarowych; rozdział ten jest uzupełniony teorią Leraya–Schaudera, teorią Morse'a i elementami teorii całkowania na przestrzeniach funkcyjnych. Po każdym rozdziale następują „Problemy i ćwiczenia" zawierające głównie zastosowania przedstawionego materiału matematycznego do najważniejszych zagadnień fizyki.

Sądzę, że książka ta (mająca dotychczas dwa wydania: w 1977 i 1978 roku) będzie należeć do długo niestarzejących się pozycji. W następnych wydaniach powinny zostać starannie poprawione wszystkie pomyłki drukarskie, szczególnie męczące, gdy zdarzają się w formułach matematycznych. Dydaktyczna wartość tej książki zaocznie by wzrosła, gdyby opracowano jej drugi tom zawierający więcej ćwiczeń, które pomogły by czytelnikowi w praktycznym opanowaniu i utrwaleniu przerobionego materiału.

Michał Heller