

Jerzy SZCZĘŚNY, Jacek URBANIEC

MYŚLENIE POZIOMOWE POWSTANIE MECHANIKI KWANTOWEJ

I

Nauka pozostaje wciąż najważniejszą formą ludzkiego poznania. Nic przeto dziwnego, że filozofia nauki rozumiana jest często jako refleksja, zamyślenie się nad fenomenem nauki, jej specyfiką, logiką rozwoju, mówiąc ogólnie: zajmuje się samą tylko nauką w oderwaniu od innych zagadnień filozoficznych. Filozofia nauki w takim ujęciu krytykowana jest za to, iż niewiele nowego wnosi do ogólnego dorobku myśli filozoficznej, jak też nie przyczynia się do rozwiązywania konkretnych problemów w naukach szczegółowych.

Praca ta jest propozycją uprawiania filozofii w inny nieco sposób poprzez stawianie ważnych pytań filozoficznych w nauce, poprzez „tłumaczenie” koncepcji i zagadnień filozoficznych na język nauki w celu lepszego ich zrozumienia. Pytania, problemy filozoficzne wyrażone są przeważnie w bardzo ogólnej postaci, zawierają bagaż trudności języka filozoficznego, uwikłanego w wyjaśnianie podstawowych pojęć: nabierają one natomiast na gruncie nauki precyzyjniejszych, jasnych znaczeń. Filozofia nauki w takim ujęciu jest więc próbą konkretyzacji tych pytań, problemów, jest jakby „testem empirycznym” filozofii (pierwszej), dziedziną pomocniczą filozofii raczej niż nauki. Jej istnienie i sens uzasadnia udział w rozwoju myśli filozoficznej.

Przedstawiamy więc (część II) obrazowo pewną koncepcję filozoficzną, nazwijmy ją myśleniem poziomowym. Pozwoli nam to spojrzeć w określony sposób na powstanie mechaniki kwantowej (część III). Wyjaśniając za pomoca myślenia poziomego powstanie mechaniki kwantowej, zaczynamy również lepiej rozumieć na czym polega zaburzenie, przejście z jednego poziomu na drugi, staje się jasne, jaką rolę pełni

*UWAGA: Tekst został zrekonstruowany przy pomocy środków automatycznych; możliwe są więc pewne błędy, których sygnalizacja jest mile widziana (obi@opoka.org). Tekst elektroniczny posiada odrębną numerację stron.

słowa–reflektory itd. Następuje jakby sprzężenie zwrotne; można powiedzieć, że cześć II i cz. III są równie potrzebne do przedstawienia koncepcji myślenia poziomowego.

W cz. IV wskazujemy na trudności, jakie napotyka się, próbując wyjaśnić powstanie mechaniki kwantowej za pomocą programów badawczych (Lakatos), jak również omawiamy (szkicowo) ewentualne zastosowania koncepcji myślenia poziomowego do matematyki.

II

Przygoda intelektualna człowieka zaczyna się wraz z pojawieniem się abstrakcyjnych słów. Wierzymy (trochę naiwnie), że z niektórymi przynajmniej słowami nie ma kłopotów, w najgorszym razie wskażemy ręką: to jest szklanka, to jest drzewo, a to jest wrona. Ale takie słowa jak „wolność”, „Bóg” czy „symbol”? Oczywiście nie klócimy się wcale o słowa, ale o to, co się za nimi kryje. To coś jedni nazywają intuicją, inni strukturą, rzeczywistością lub (pozornie precyzyjnie) znaczeniem.

1. Myślenie a język

Wyobraźmy sobie myślenia jako wędrówkę w lesie. Czasami idziemy wolno, niepewnie, innym razem szybciej. Jeśli droga wyda nam się ważna, ciekawa, chcemy przemierzyć ją ponownie. Pomyśleć to samo jeszcze raz — jest „fundamentalnym” ludzkim pragnieniem. Aby uchwycić myśl, powtórzyć długą trudną drogę, potrzebne są *drogowskazy*, wskazówki. Jest jeszcze drugie pragnienie w człowieku: podzielić się myślą z innymi. Zapraszając drugiego człowieka do wspólnej wędrówki trzeba udzielić mu wskazówek, pobudować drogowskazy (i właśnie to odbywa się w języku). Poprzez język możemy tylko „odczytać” drogowskazy. Reszta należy do nas — sami musimy zacząć wędrować. Potrzebna jest więc ufność, że drugi człowiek będzie myślał podobnie jak ja, że będziemy podobnie zachowywać się w lesie.

Czy za słowem „obiektywny” nie kryją się właśnie pragnienia, by myśl powtórzyć oraz przekazać innym, a także ufność, że można to uczynić?

Może jeszcze inaczej: myślimy, rozumujemy zanurzeni w pewnych strukturach (drogowskazy będą elementami tych struktur). Żeby myśl powtórzyć, struktury powinny być choć trochę stabilne; żeby się rozumieć, struktury powinny być podobne. Język spełnia rolę odwzorowania między (niektórymi) elementami struktur.

Dlatego zgadzamy się z Gadamerem, że „język jest językiem wtedy, kiedy sam roztapia się i niejako zanika w okazywaniu tego, co powiedziane”. Powinien być przeźroczysty jak szyba. Cały problem z językiem

zaczyna się wtedy, gdy o tym zapominamy i „ustatyczniamy” język. Mówimy wtenczas: Co to znaczy? Ja tych słów nie rozumiem. One są niejasne. Można zażartować, że przybiliśmy szpilkami motyla i pytamy z wyrzutem: Ale dlaczego on nie lata?

W podobny sposób należy chyba traktować treść prac i podręczników z matematyki i fizyki — jako wskazówki ujęte w postaci postulatów, równań, wzorów i aksjomatów, by zrozumieć myśl, teorię. Obcy jest dla nas formalizm w wersji wulgarnej: To jest tylko litera ψ . Występuje w tym wzorze, spełnia te postulaty. Taka maniera sprawia, że zdania bardziej interpretacyjne, które nie zawierają żadnych symboli, uważa się za mało ważne, „nienaukowe”. A one często są najlepszym drogowskazem do zrozumienia teorii.

2. Myślenie a mity

Są momenty w myśleniu, w których nie stawiamy drogowskazów. Te odcinki drogi w lesie wydają nam się proste, nie mamy najmniejszych wahań. Nie wyobrażamy sobie nawet, że można iść inaczej.

Albo inaczej: Myślenie jest procesem ciągłym w czasie, drogowskazy stawiamy tylko w izolowanych chwilach czasu.

Coś decyduje o tym, że ten oto konkretny moment myślenia przebiega zawsze tak a nie inaczej, że wciąż idziemy tym samym odcinkiem drogi. To „coś” nazwijmy (mimo wieloznaczności terminu) *mitem*. Mity umożliwiają nam myślenie, pozwalają pokonywać dziury w myśleniu (tzn. momenty między jednym drogowskazem a drugim), mity wyrażają zgodę na to, że z 24. linijki tekstu (dowodu) wynika w „oczywisty” sposób 25. Aż pewnego dnia zejdziemy (przypadkiem? intuicyjnie?) z utartej drogi i ku naszemu zdziwieniu okaże się, że można iść inaczej. Ta inna droga (czasem trzeba ją wyrąbywać długo i mozolnie) jest z pewnych względów korzystna. Wtedy właśnie odkrywamy mit, odtąd mit przestał być mitem, droga nie jest już prosta i oczywista, można iść tak lub tak, trzeba postawić drogowskaz.

Przykładem mitu może być tendencja do wyjaśniania wszystkiego w sposób przyczynowy. Hume pierwszy odkrył, zidentyfikował ten mit. Wciąż jednak uważamy, że wyjaśnienie przyczynowe jest „lepsze” niż probabilistyczne czy konwencjonalne.

Jeśli w ten sposób spróbujemy spojrzeć na myślenie i mity, wówczas:

- Filozofia nie polega na stawianiu odważnych pytań (tak często się mówi), ale raczej na odkrywaniu mitów. Pytanie, problem jest konsekwencją zidentyfikowania mitu: Jak iść? W którą stronę skrócić?

Przyjmując, że wraz z rozwojem wiedzy będziemy odkrywać nowe mity, będzie też rosła liczba pytań, problemów.

- Formalizacja w nauce możliwa jest do pewnego stopnia, w pewnej chwili trzeba jej zaniechać. Nie wierzymy w stwierdzenia niektórych matematyków czy logików, że ten oto dowód jest kompletny, maksymalnie ścisły. Mówimy wtedy, że któraś liniжка dowodu jest oczywista, bo kryje się za tym pewien bardzo głęboki, powszechny, nieuświadomiony sobie mit¹.

3. Myślenie a słowa–reflektory

Porównanie myślenia do wędrowania w lesie było, być może pożyteczne, ale teraz trzeba o tym zapomnieć.

Wyobraźmy sobie myślenie jako próbę *uporządkowania* tego, co jest poza nami, a co nazywamy np. rzeczywistością, światem (przyjmijmy, że nasze uczucia, emocje również należą do świata). W matematyce relacja porządku (zwrotna, symetryczna, przechodnia) ma porządkować elementy zbioru. Nasze uporządkowanie jest znacznie bardziej różnorodne, skomplikowane, dynamiczne. Świat będziemy „ogłądać”, rozumieć w tym uporządkowaniu, będziemy go „łowić tylko do tej sieci”. Uporządkowanie wyrasta z fundamentalnej potrzeby człowieka jaką jest potrzeba harmonii, jedności. Jeśli jest przeciwnością chaosu, jest spójne, wówczas czujemy się bezpieczni. Śladem uporządkowania, „zewnętrznym” przejawem, tym co się da uchwycić, jest pewna *struktura*. Kontynuując myślenie, zapraszając do tego drugiego człowieka, będziemy korzystać z tej struktury, będziemy ją rozbudowywać. Można powiedzieć, że struktura jest zbiorem zbudowanych drogowskazów i tych potencjalnych, które postawimy niedługo.

Z zewnątrz, ze świata pojawia się czasem *zaburzenie*. Stopień dotychczasowego uporządkowania okazuje się niewystarczający do jego usunięcia, mało tego: zaburzenia nie można nawet wyrazić w dotychczasowej strukturze! Nie są to trudności języka, są to trudności u źródeł myślenia. Stabilna dotąd struktura (ślad uporządkowania) a najczęściej jakiś jej fragment zaczyna nagle rozpadać się, znikać, „przeciekać między pal-

¹Lakatos w [19] przedstawia koncepcje matematyki, w której nie ma twierdzeń nie do obalenia. Koncepcji tej, jako całości, nie akceptujemy jednak. Beth zauważa w [1], że Euklides posługiwał się aksjomatem, że każda linia prosta dzieli płaszczyznę na dwie oddzielne części (lub co na jedno wychodzi, że prosta ma nieskończoną długość). Nie umieścił go jednak w „Elementach”. Może dlatego, że był on dla Euklidesa taki oczywisty?

cami”. Ujawnia się to w języku — pewne słowa tracą znaczenie. Sytuacja staje się dramatyczna: zniszczyliśmy znaczenia słów, zniszczyliśmy strukturę, przy pomocy której myśleliśmy dotychczas. Wbrew pozorom tzw. zwykli ludzie znajdują się często w takiej sytuacji. Jakieś zdarzenie powoduje, że ważne słowa tracą dla nich znaczenie. Pytają wtedy bezradnie: Co to jest sprawiedliwość? Czy istnieje prawdziwa miłość? Trzeba podjąć trud innego myślenia, innego porządkowania świata, trzeba zbudować nową strukturę.

Podjmując próby innego myślenia kierujemy się pewnymi regułami, wyrażonymi w tej części języka (struktury), której nie kwestionujemy. W nauce są to najczęściej reguły metodologiczne. W filozofii sytuacja jest trudniejsza: Trzeba się zdecydować, jaką część struktury pozostawić.

Z początku zmieniamy poszczególne twierdzenia (przestawiamy drogowskazy), ale jeśli zaburzenie jest poważne, nie pokonuje się w ten sposób trudności, Trzeba myśleć na innym poziomie, trzeba „przenieść” strukturę wyżej. Pewne elementy struktury „wdrapią się” pierwsze tak wysoko. (Często odbywa się to przy pomocy starej struktury). Ale wtedy to będą inne, choć trochę podobne do starych, elementy nowej struktury, inne obiekty (tak jak czymś innym jest liczba i funkcja). Bo nowa struktura powstanie już bardzo szybko, jednym tchem. Reszta słów (elementów) osiągnie wyższy poziom przy pomocy tych pierwszych (tak je nazwijmy) *słów-reflektorów*. Będziemy mogli znów myśleć, będziemy mogli wyrazić zaburzenie w nowej strukturze. Może stanie się ono jednym z wielu twierdzeń...

Słowa-reflektory są szczególnie ważne. Wyobraźmy sobie scenę, na której za chwilę ma rozpocząć się pantomima, ma rozegrać się nasze myślenie. Spektakl może się zacząć dopiero wtedy, gdy zapalą się słowa-reflektory, będziemy go widzieć w pewien sposób w zależności od tego, które fragmenty sceny są oświetlone. Wystarczy, aby zapalił się jeden nowy reflektor, a będzie to już inna scena, inny (niż wczoraj) spektakl. Tak jest właśnie u Kartezjusza. Jedno nowe słowo-reflektor *cogito* zmienia myślenie. Słynne zdanie *cogito ergo sum* nie jest już takie ważne. Jeżeli zapali się właściwe słowo-reflektor, zostanie powiedziane jednym tchem.

Słowa-reflektory pojawiają się w języku jako abstrakcyjne słowa, których nie można zdefiniować, jakby pojęcia pierwotne, pojawiają się w różnych kontekstach. Trzeba je odnaleźć, trzeba spróbować myśleć jak autor, odbyć podobną wędrówkę. Czy nie na tym właśnie polega hermeneutyka?

Jeśli w takim ujęciu popatrzymy na historię filozofii, nie będzie to historia problemów. Problemy wyrażamy w różnych strukturach. Słowa może brzmiać tak samo, ale znaczenie ich jest inne².

W nauce słowa-reflektory zapalają się najczęściej wtedy, gdy postraktujemy pewne wielkości, jako inne obiekty matematyczne, skonstruujemy inne, owocne definicje. (Dokładniej omówimy to w następnej części pracy).

III

Poprzez koncepcje myślenia poziomowego (cz. II) próbujemy wyjaśnić powstanie (macierzowej) mechaniki kwantowej. Dopiero po konkretyzacji (cz. III) koncepcja ta nabiera wyrazistych kształtów, staje się zrozumiała. Spójrzmy więc na powstanie mechaniki kwantowej w następujący sposób:

- (1) ZABURZENIA, których nie można wyjaśnić (a nawet poprawnie wyrazić) w dotychczasowej teorii, nie można uporządkować w starej strukturze.
- (2) USUWANIE ZABURZEŃ, znaczenia podstawowych terminów starej teorii pozostają niezmienione.
- (3) REGUŁY METODOLOGICZNE, które akceptowane są podczas tworzenia nowej teorii.
- (4) ZMIANA ZNACZEŃ podstawowych terminów (w nowej teorii są to już inne obiekty, inna jest np. ich interpretacja matematyczna).
- (5) DYNAMICZNY ROZWÓJ NOWEJ TEORII.

1. ZABURZENIA

W roku 1900 pojawiły się pierwsze poważne trudności, których nie można było wytłumaczyć w strukturze fizyki klasycznej. Dotyczyły one mechanizmu wymiany energii pomiędzy promieniowaniem i materią. Pod koniec 19. stulecia próbowano sformułować i teoretycznie uzasadnić prawo opisujące widmo promieniowania ciała doskonale czarnego. Prawo Wiena (1896), które było taką próbą na gruncie fizyki klasycznej, pozostawało w wyraźnej sprzeczności z wynikami eksperymentalnymi w obszarze niskich częstotliwości. Max Planck w 1900 r. uzyskał prawidłowy

²P. K. Feyerabend pisze wiele (np. w [12]) o różnym znaczeniu podstawowych terminów w mechanice klasycznej i relatywistycznej.

(tzn. zgodny z eksperymentami) rozkład spektralny przy założeniu, że wymiana energii pomiędzy promieniowaniem i materią nie odbywa się w sposób ciągły, ale poprzez elementarne niepodzielne porcje (kwanty) energii. Związek między energią a częstotliwością promieniowania wyraża wzór

$$E = h\nu$$

E — wymiana porcji energii,
 h — tzw. stała Plancka,
 ν — częstotliwość promieniowania.

Założenie to jest obce fizyce klasycznej, jest wyraźnym odstępstwem od dotychczasowego opisu oddziaływań (dynamiki), zgodnie z którym energia tzw. niezachowawczych układów ulega zmianom w sposób ciągły.

Następne poważne zaburzenie miało miejsce w r. 1911: Eksperymenty Ernsta Rutherforda można było dobrze wyjaśnić korzystając z tzw. planetarnego modelu atomu. W modelu tym zakłada się, że atom zbudowany jest z jądra o rozmiarach rzędu 10^{-12} cm i krążących wokół niego elektronów w odległości rzędu 10^{-8} cm. Prawie cała masa atomu skupiona jest w jądrze o rozmiarach mniejszych od rozmiarów atomu o 4 do 5 rzędów wielkości. Prawa elektrodynamiki klasycznej zastosowane do opisu ruchu takich układów wykazywały natychmiast ich niestabilność. Elektrony poruszające się ruchem przyspieszonym wypromieniowują energię zbliżając się do jądra, a więc w krótkim czasie rozmiary atomu muszą kurczyć się do rozmiarów jądra. Układ atomowy w budowie sugerowanej przez Rutherforda nie może więc istnieć (w fizyce klasycznej)!

2. USUWANIE ZABURZEŃ

W roku 1913 sformułowany został *explicite* w [2] program Bohra, który był inspiracją dla twórców tzw. starej teorii kwantów (głównie Nielsa Bohra i Arnolda J. Sommerfelda), rozwijanej w latach 1913–1925:

- A. Emisja lub absorbcja energii nie odbywa się w sposób ciągły, co ma miejsce w elektrodynamice klasycznej, ale jedynie przy przejściach układu atomowego pomiędzy dwoma jego stanami stacjonarnymi.
- B. Dynamiczna równowaga układu w stanach stacjonarnych określana jest przez zwykłe prawa mechaniki klasycznej, podczas gdy przejścia układu pomiędzy różnymi stanami stacjonarnymi nie mogą być opisywane przez te prawa.
- C. Wyemitowane przy przejściu układu z jednego stanu stacjonarnego o energii E_2 do drugiego stanu stacjonarnego o energii E_1 promieniowanie jest monochromatyczne, związek jego częstotliwości ν

z ilością energii wypromieniowanej jest następujący: $h\nu = E_2 - E_1$,
 h — stała Plancka.

- D. Różne stany stacjonarne prostego układu atomowego, zbudowanego z obracającego się wokół jądra elektronu, określa się z warunku, aby stosunek całkowitej energii wyemitowanej przy powstawaniu danej konfiguracji do liczby obrotów (w jednostce czasu) był wielokrotnością całkowitą $h/2$. (W przypadku orbity kołowej jest to równoważne z tym, że moment pędu elektronu jest wielokrotnością całkowitą $\frac{h}{2\pi}$).
- E. Stan „podstawowy” dowolnego układu atomowego tzn. stan, przy którego powstawaniu wypromieniowana energia jest maksymalna, określa się z warunku, aby moment pędu każdego elektronu względem centrum jego obrotu wynosił $\frac{h}{2\pi}$.

Bohr w swoim programie pozostawił niezmienione znaczenia podstawowych terminów takich jak tor ruchu, pęd i energia. Przy ich pomocy wyraził postulaty dotyczące sposobu wymiany energii z promieniowaniem (A i C) oraz postulaty zapewniające stabilność układów atomowych o strukturze planetarnej. Stara teoria kwantów mimo sukcesów eksperymentalnych (m. in. określiła schemat pozwalający wyliczyć strukturę linii spektralnych układów atomowych i pewnych prostych molekuł, wyjaśniła tzw. normalny efekt Zeemana) napotkała na trudności nie do pokonania: Nie można było np. uogólnić reguł kwantyzacji Bohra–Sommerfelda do przypadku tzw. układów aperiodycznych, nie można było wyjaśnić problemów rozproszonych bardzo ważnych przy badaniu struktury materii ani poprawnie opisać zachowania atomów w skrzyżowanych polach (elektrycznym i magnetycznym). Stosując starą teorię kwantów do układów wieloelektronowych otrzymywano wyniki niezgodne z doświadczeniem. Reguły kwantyzacji pozwalające wyodrębnić dyskretne stany stacjonarne, były w kontekście stałej teorii kwantów jedynie formalnymi przepisami, pozwalającymi z wielu rozwiązań klasycznych równań ruchu wybierać niektóre.

W starej teorii kwantów pojawiły się problemy, które nie mogły być rozwiązane w obrębie jej struktury:

I. Załóżmy, że elektron poruszający się po ciągłej trajektorii oddziaływuje z układem atomowym o dyskretnej strukturze poziomów energetycznych. Wymiana energii pomiędzy atomem i elektronem powinna odbywać się (postulat kwantowania) w sposób nieciągły przez wymianę kwantów energii, ale to na podstawie prawa zachowania energii, oznacza, że ciągły opis ruchu elektronu w przestrzeni staje pod znakiem zapytania.

II. Rozważmy dwa układy atomowe, A i B , które oddziałują między sobą w taki sposób, że pewna ilość energii przechodzi z A do B . Podczas oddziaływania układ (A, B) ma dobrze określoną energię. Z doświadczenia wiadomo, że wymiana energii nie jest natychmiastowa lecz wymaga określonego czasu. Sugeruje to, że stany układów A i B zmieniają się stopniowo. Jednakże ten sposób opinii jest niezgodny z postulatami A programu Bohra. W jaki zatem sposób uzgodnić fakt, że przejście ma miejsce w określonym czasie z nieistnieniem stanów pośrednich?

Większość fizyków odnosiła się do starej teorii kwantów bez entuzjazmu: Albert Einstein [22] w roku 1913: Jeśli tak jest, to oznacza to koniec fizyki jako nauki. H. Kramers, Ch. Holst [22] w roku 1923: Teorię kwantów można porównać z lekarstwem leczącym chorobę, lecz zabijającym chorego. W. Pauli [22] 21 maja 1925: Fizyka teraz znów znalazła się w ślepych zaułku, w każdym razie jest ona dla mnie zbyt trudna i wolałbym być komikiem filmowym czy czymś w tym rodzaju, byleby nie słyszeć nic więcej o fizyce.

W takich okolicznościach 29 lipca 1925 ukazała się praca Wernera Heisenberga *Quantum-Theoretical Re-Interpretation of Kinematic and Mechanical Relations* [14]. Nie była to pierwsza opublikowana praca Heisenberga, ale właśnie ją potraktowali od razu fizycy (Born, Dirac, Pauli) jako przełomową w mechanice kwantowej. Również z perspektywy kilkunastu lat rozwoju mechaniki kwantowej ocena ta nie uległa zmianie i 29 lipca 1925 uważany jest za narodziny mechaniki kwantowej (np. B. L. van der Waerden w historycznym wstępie do [24]). Nasuwa się pytanie: Dlaczego tak się stało?

3. REGUŁY METODOLOGICZNE

Heisenberg, aby pokonać trudności, przyjął pewne reguły metodologiczne:

A. Klasycznej mechaniki nie można stosować do opisu zjawisk na poziomie atomowym.

Sam warunek częstotliwości Einsteina-Bohra jest zupełnym odejściem od klasycznej mechaniki, więc dalsze modyfikowanie teorii klasycznej prowadzi tylko do trudności i paradoksów.

B. W tworzeniu nowej mechaniki kwantowej bardzo ważną rolę spełnia zasada korespondencji, pierwszy raz sformułowana explicite przez Bohra w roku 1918 [3]. Traktowana jest ona raz jako warunek, który nowa teoria powinna spełniać:

Dla dużych liczb kwantowych (dużych w porównaniu z różnicami między nimi) rezultaty otrzymane z teorii kwantów powinny być zbieżne

z odpowiadającymi im rezultatami w mechanice klasycznej, innym razem jako zasada heurystyczna. Najważniejsze rezultaty z lat 1918–1925 uzyskano przez systematyczne zgadywanie w oparciu o tę zasadę. Również wszystkie wzory w pracy Heisenberga są tak otrzymane, a nawet w pewien sposób uzasadnione przy pomocy tej zasady.

Nie można więc zgodzić się z interpretacją Lakatosa w [18], że zasada korespondencji „ma ukryć braki programu badawczego starej teorii kwantów, który był naroślą na programie klasycznej mechaniki i pozostawał z nim w rażącej niezgodności”.

Warto zaznaczyć, że współczesne sformułowania zasady korespondencji zakładają istnienie dwóch różnych teorii i postulują zachodzenie pewnych relacji między nimi, podczas gdy zasada korespondencji była potrzebna właśnie wtedy, gdy istniała tylko klasyczna mechanika, a mechanikę kwantową dopiero próbowano tworzyć.

C. W teorii kwantów powinny występować relacje jedynie pomiędzy wielkościami obserwowalnymi.

D. Należy wprowadzić nową kinematykę (czyli inny opis ruchu), gdyż kinematyka jest podstawą mechaniki.

Reguły metodologiczne, którymi kierował się Heisenberg, nie były nowe, np. konieczność zmiany kinematyki dostrzegł już w roku 1912 Henri Poincaré [21]. Same reguły metodologiczne nie wystarczą więc do powstania nowej teorii i nie one decydowały o doniosłym znaczeniu pracy Heisenberga. A więc co?

4. ZMIANA ZNACZEŃ

Heisenberg inaczej zinterpretował położenie x elektronu. Omówimy krótko proces, w którym to nastąpiło, w którym zaczęło pojawiać się nowe znaczenie położenia x elektronu.

Heisenberg założył, że równanie ruchu elektronu

$$\frac{d^2x}{dt^2} + f(x) = 0$$

należy pozostawić bez zmian. W przypadku mechaniki klasycznej (dla tzw. układów periodycznych) funkcję $x(t)$ można przedstawić w postaci szeregu Fouriera. Wyrazy występujące w tym szeregu, tzw. współczynniki Fouriera w jednoznaczny sposób wyznaczają funkcje $x(t)$. Heisenberg zaproponował (bardzo owocną!) modyfikacje współczynników Fouriera, by przy ich pomocy można było opisywać przejścia pomiędzy różnymi poziomami energetycznymi układu kwantowego. Zmodyfikowane współczynniki Fouriera

$$a(n, n - k)$$

zależą więc od dwóch parametrów $n, n - k$ numerujących dyskretne poziomy energetyczne. Heisenberg wyraził natężenie promieniowania, wysyłanego przez układ kwantowy podczas przejścia z poziomu energetycznego n do $n - k$, poprzez wielkość $|a(n, n - k)|^2$. Następnie wykorzystując warunek częstotliwości Einsteina–Bohra uzasadnił reguły tzw. mnożenia symbolicznego. Korzystając z tych reguł można było wykonywać proste algebraiczne operacje (np. mnożenia) na wielkościach typu $a(n, n - k)$. Tym samym wiadomo było, jakie obiekty matematyczne powinny odpowiadać funkcji $f(x(t))$, a więc jak wyrazić równanie opisujące ewolucję w czasie obiektu odpowiadającego położeniu $x(t)$.

Wykorzystując zasadę korespondencji, Heisenberg wyraził tzw. warunek kwantowania Bohra w języku wielkości $a(n, n - k)$. Zakładając następnie, że $|a(n, n - k)|^2$ jest proporcjonalny do prawdopodobieństwa przejścia z poziomu n do $n - k$, otrzymał stan podstawowy układu (stan o najniższej energii):

$$a(n_0, n_0 - k) = 0,$$

gdzie n_0 jest liczbą odpowiadającą stanowi podstawowemu, k jest dowolne. Jest to tzw. warunek stabilności układów kwantowych.

Gdyby czytać prace Heisenberga w oderwaniu od kontekstu innych, wcześniejszych prac [4], [5], [11], [15], [16], [17], (lub nie znając współczesnego ujęcia mechaniki kwantowej), bardzo trudno byłoby ją zrozumieć; wiele rozumowań, „przejsć” jest tajemniczych, co najmniej niejasnych. Właśnie te wcześniejsze prace, dotyczące głównie tzw. zjawisk dyspersji pokazały, jak korzystać z zasady korespondencji, podkreślały ważność prawdopodobieństwa przejścia, ugruntowały warunek częstotliwości Einsteina–Bohra.

Trzeba w tym miejscu podkreślić, że tylko zasady metodologiczne, które przyjął Heisenberg, podobnie jak program Bohra z 1913 r., były *explicite* podane, uświadomione sobie przez Heisenberga. Natomiast Heisenberg nie zdawał sobie jasno sprawy, czym jest położenie x elektronu, jaka jest jego interpretacja matematyczna. Mimo tego można powiedzieć, że praca Heisenberga była tą, na którą fizycy „czekali”.

Dwa miesiące po ukazaniu się pracy Heisenberga Max Born i Pascual Jordan oddali do druku pracę [7]. Born doszedł do wniosku, że wszystkie obserwowalne efekty zależą od amplitud przejścia. Analizując prawo mnożenia symbolicznego, zidentyfikował je z mnożeniem macierzowym.

Stało się jasne, że na poziomie teorii kwantów wielkości fizyczne (położenie, pęd, energia) powinny być reprezentowane przez (nieskończone) macierze. Można zażartować, że zapaliły się pewne terminy–reflektory (położenie, pęd, energia), które umożliwiły myślenie na zupełnie innym poziomie. Tu nie chodzi o zmianę jednego modelu (np. atomu) na drugi. Położenie, które z matematycznego punktu widzenia jest w mechanice klasycznej w ustalonej chwili czasu liczbą (wektorem), w mechanice kwantowej jest macierzą (a w konsekwencji operatorem w przestrzeniach nieskończone wymiarowych). Jeśli nawet pozostały stare wzory i oznaczenia, znaczą coś innego, wyrażają równości między innymi obiektami (tzn. operatorami).

Heisenberg był pierwszym, który myślał na tym poziomie i którego praca [14] doprowadziła do takiej interpretacji wielkości fizycznych.

5. DYNAMICZNY ROZWÓJ NOWEJ TEORII

Born w [7], analizując warunek kwantowania, uzyskał związek nieprzemienności mnożenia pomiędzy macierzami p , q reprezentującymi (odpowiednio) pęd i położenie

$$pq - qp = \frac{\hbar}{2\pi i} \cdot \mathbf{1}; \quad \mathbf{1} \text{ jest macierzą jednostkową.} \quad (*)$$

W pracy tej zostały sformułowane równania ruchu opisujące zmiany w czasie macierzowych reprezentacji odpowiadających wielkościom fizycznym. Korzystając z tych równań ruchu Jordan wykazał niesprzeczność warunku (*) oraz prawo zachowania energii. Warunek częstotliwości Einsteina–Bohra jest już konsekwencją (twierdzeniem) tego formalizmu.

Paul A. M. Dirac, po zapoznaniu się z pracą Heisenberga [14], stwierdził, że „dostarcza ona klucza do rozwiązania problemów mechaniki kwantowej”. W pracy [10], oddanej do druku 7 listopada 1925, Dirac stosując (genialnie?) zasadę korespondencji wyraził związki pomiędzy *dowolnymi* wielkościami klasycznymi i kwantowymi. Warunek (*) jest szczególnym przypadkiem tych związków.

Po ukazaniu się 16 listopada 1925 r. zbiorowej pracy [6] Borna, Heisenberga i Jordana teoria kwantów osiągnęła stopień ogólności i ścisłości porównywalny z jej obecnym stanem, przynajmniej pod względem sformułowania matematycznego. Problemy rozpatrywane w [6], dotyczyły m. in. teorii perturbacji, transformacji kanonicznych, podstaw teorii układów kwantowych z dowolną liczbą stopni swobody, zagadnienia wartości własnych form hermitowskich, spektrum ciągłego operatorów oraz problemu tzw. kwantowego rotatora.

Pierwszym spektakularnym sukcesem mechaniki macierzowej było uzyskanie przez Pauliego 7 stycznia 1926 roku spektrum atomu wodoru w [20]. Z początkiem 1926 roku było jasne, że mechanika macierzowa może być stosowana do rozwiązywania problemów fizyki atomowej.

Wysiłki nad stworzeniem starej teorii kwantów trwały wiele lat (1913–1925) podczas gdy w ciągu pół roku od ukazania się pracy Heisenberga [14] zbudowano podstawy nowej teorii, wciąż obowiązującej w fizyce. Można powiedzieć, że odbyło się to natychmiast „jednym tchem”.

W naszej pracy nie rozważamy problemów interpretacyjnych mechaniki kwantowej wymagałoby to odrębnego opracowania. Nie wspomniamy także o pracach Louis de Broglie [8] oraz Erwina Schrödingera [23], w których rozwijana była falowa mechanika kwantowa. Zresztą zostało wykazane w pracach [23] oraz [9] (i to jest dla nas ważne), że ujęcie Schrödingera może być sprowadzane (zredukowane) do macierzowej mechaniki kwantowej.

Na zakończenie podkreślimy, że pracę Heisenberga [14] nietrudno zrozumieć, jeśli zna się współczesną teorię kwantów. Przykładowo $a(n, n-k)$ traktujemy jako elementy macierzy operatora \hat{x} w reprezentacji energetycznej.

IV

Nasuwa się pytanie: Dlaczego wyjaśniając powstanie (macierzowej) mechaniki kwantowej nie korzystaliśmy z metodologii programów badawczych, przedstawionej w pięknej pracy I. Lakatosa *Methodology of Scientific Research Programmes* (w [18])? Praca ta określiła płaszczyznę dyskusji, jakie toczą się w filozofii nauki w ciągu ostatnich lat.

Lakatos (i jego następcy) rozpatrują naukę w oderwaniu od innych form poznania, innych wytworów kultury. W historii nauki (dwóch ostatnich stuleci) poszukują „logiki rozwoju”, jakby istoty tego rozwoju, tworzą rekonstrukcje (idealizację) historii nauki, która może się różnić od „prawdziwej” historii nauki. Stwierdzają oni, że większość uczonych nie uświadamiając sobie tego, preferuje, rozwija ten program badawczy, który przyczynia się do powstania postępowego ciągu teorii (tzn. każda następna teoria ma większą empiryczną zawartość i prowadzi nas do odkrycia nowych faktów). Uczeni przestają rozwijać program badawczy, który nie tworzy takiego ciągu teorii (nowe fakty wyjaśniać trzeba za pomocą hipotez *ad hoc*), a więc jest degenerujący się. Zwolennicy Lakatosa uważają takie postępowanie za *racjonalne* (i dlatego rozwój nauki ma być racjonalny, mieć swoją logikę), przyjmują je za kryterium akceptacji

lub odrzucenia programu badawczego (przejście od metodologii opisowej do normatywnej).

Krytykę Lakatosa można przeprowadzić wieloaspektowo:

1. Rozpatrując naukę (a raczej dwa ostatnie stulecia nauki) nie można odpowiedzieć na wiele ważnych pytań filozoficznych: W czym nauka różni się od innych wytworów kultury (np. na czym polega przewaga współczesnej nauki nad nauką Arystotelesa?)

2. Różnice między zrekonstruowaną (wyidealizowaną) historią nauki a „prawdziwą” historią są jednak zbyt duże.

3. Dlaczego odrzucenie programu badawczego, który znajduje się w okresie degeneracji ma być racjonalne? Po okresie degeneracji może on znów osiągnąć owocną fazę postępową. Rozwijanie programu w okresie degeneracji może przyczynić się też do innego, głębszego zrozumienia rzeczywistości. Kryterium wyboru, proponowane w metodologii programów badawczych nie może więc praktycznie rozstrzygnąć, najwyżej służy do wyjaśnień *post factum*.

4. Większość programów badawczych nie jest jasno sformułowana i od razu uświadamiana sobie przez uczonych (tak było też w przypadku mechaniki kwantowej). Trzeba je dopiero potem mozolnie rekonstruować. Czyżby więc obrona jądra programu (*hard core*) za pomocą pasa ochronnego (*protective belt*) hipotez pomocniczych była czynnością nieuświadamianą sobie przez uczonych?

Zresztą jedyny *explicite* podany program badawczy, jaki można znaleźć w [18], to program starej teorii kwantów, „przepisany” przez Lakatosa z końcowej części pracy N. Bohra z roku 1913 [3] (podajemy go na początku części III). W programie tym zabrakło zasady korespondencji, którą Bohr podał *explicite* w [2], znalazły się natomiast obok siebie postulaty bardzo ogólne *A* i *C*, reguła metodologiczna *B* oraz bardzo szczegółowe postulaty, fizyczne *D* i *E* odnoszące się do prostych układów.

Gdybyśmy mimo to próbowali wyjaśnić powstanie mechaniki kwantowej w ujęciu programów badawczych, napotkalibyśmy kolejną trudność:

Istnieją bowiem zasadnicze różnice w znaczeniu i rozwoju pomiędzy starą teorią kwantów a mechaniką macierzową. Jedyne wyjaśnienie tych różnic na gruncie koncepcji programów badawczych, to stwierdzenie, że program badawczy macierzowej mechaniki kwantowej był bardziej owocny niż program starej teorii kwantów. W naszej pracy (posługując się koncepcją myślenia poziomowego) wyjaśniamy te różnice.

Na zakończenie spójrzmy na niektóre działy matematyki w aspekcie myślenia poziomowego:

Warunki nałożone na tzw. funkcję δ -Diraca są przykładem zaburzenia, którego nawet nie można było wyrazić w ówczesnym formalizmie matematycznym (von Neumann udowodnił, że taka funkcja nie istnieje). Dopiero wprowadzenie dystrybucji („funkcji uogólnionych”) przez L. Schwartza wiele lat później spowodowało, że tajemnicze do tej pory równości, które „funkcja δ -Diraca miała, spełniać, stały się twierdzeniami nowej teorii, teorii dystrybucji.

Rachunek prawdopodobieństwa przez kilka stuleci był „pretekstem do zagadek i paradoksów”, zanim Kołmogorow nie potraktował (w latach trzydziestych) prawdopodobieństwa jako miary. Od tego momentu rozpoczyna się dynamiczny rozwój rachunku prawdopodobieństwa, który stał się gałęzią teorii całki.

We współczesnych ujęciach pochodna jest odwzorowaniem liniowym. W przypadku funkcji rzeczywistych można ją utożsamiać z liczbą (granica ilorazu różnicowego). Ale jest ona jednak innym obiektem matematycznym niż liczba, myślenie, dowodzenie przebiega na innym poziomie. Aby się o tym przekonać, wystarczy przeczytać dowód np. tw. o funkcjach uwikłanych w podręczniku F. Leji *Rachunek różniczkowy i całkowy*, gdzie operuje się tylko pochodnymi cząstkowymi i porównać z dowodem, jaki można znaleźć w książce H. Cartana.

Oczywiście, uwagi powyższe są tylko szkicowe. Potrzeba bowiem czasu na zapoznanie się z historycznymi pracami z matematyki.

Jerzy Szczęsny
Instytut Fizyki UJ, Kraków
Jacek Urbaniec
Instytut Informatyki UJ, Kraków

Bibliografia

1. Beth, *Mathematical Thought*, Dordrecht 1965.
2. Bohr N., *On the Constitution of Atoms and Molecules*, Phil. Mag. 26 (s. 115), 27 (s. 476–502), 28, (s. 857–875) 1973 lub w: *Izbrannyye naučnyje trudy*, Moskwa 1970.
3. Bohr N., *On the Quantum Theory of Line-Spectra*, w: [24], s. 95–137.

4. Bohr N., Kramers H. A., Slater J. C., *The Quantum Theory of Radiation*, w: [24], s. 159–176.
5. Born M., *Quantum Mechanics*, w: [24], s. 181–201.
6. Born M., Heisenberg W., Jordan P., *On Quantum Mechanics II*, w: [24], s. 321–385.
7. Born M., Jordan P., *On Quantum Mechanics*, w: [24], s. 277–306.
8. Broglie L. de, *Contes Rendus*, 177, s. 507 (1923), 179, s. 39 (1924).
9. Dirac P. A. M., *Quantum Mechanics*, Oxford 1935.
10. Dirac P. A. M., *The Fundamental Equations of Quantum Mechanics*, w: [24], s. 307–320.
11. Einstein A., *On the Quantum Theory of Radiation*, w: [24], s. 63–77.
12. Feyerabend P. K., *Jak być dobrym empirystą*, Warszawa 1979.
13. Gadamer H. G., *Rozum, słowo, dzieje*, Warszawa 1979.
14. Heisenberg W., *Quantum–Theoretical Re–Interpretation of Kinematic and Mechanical Relations*, w: [24], s. 261–276.
15. Kramers H. A., *The Law of Dispersion and Bohr’s Theory of Spectra*, w: [24], s. 177–180.
16. Kramers H. A., Heisenberg W., *On the Dispersion of Radiation by Atoms*, w: [24], s. 223–257.
17. Ladenburg R., *The Quantum Theoretical Interpretation of the Number of Dispersion Electrons*, w: [24], s. 139–157.
18. Lakatos I., *Methodology of Scientific Research Programmes*, w: *Criticism and the Growth of Knowledge*, Cambridge, s. 91–195.
19. Lakatos I., *Proof and Refutations*, Cambridge 1976.
20. Pauli W., *On the Hydrogen Spectrum from the Standpoint of New Quantum Mechanics*, w: [24], s. 387–415.
21. Poincaré H., *Journal de Physique*, vol. II, 1912 s. 1 lub w: [12], s. 161.

-
22. Ponomariew L., *O kwantach rzeczy ciekawe*, Warszawa 1981, s. 134.
 23. Schrödinger E., *Ann. der Phys.* 79 (1926), s. 361–486 i s. 734.
 24. Waerden B. L. van der, *Sources of Quantum Mechanics*, Amsterdam 1967.