

Marek SAMBORSKI  
Wiesław WÓJCIK

## INTUICJONIZM A MATEMATYCZNOŚĆ ŚWIATA

W historii rozwoju myśli ludzkiej widoczne jest, iż struktury matematyczne okazywały się właściwym narzędziem strukturalizacji świata. Świat ulegał tym strukturom jak żadnym innym twórcom ludzkiego umysłu. I od wieków nurtowało wielu pytanie: co takiego tkwi w świecie, co powoduje tak dużą zgodność tego świata z matematyką? Próby odpowiedzi na to pytanie to dzieje filozofii matematyki. Najprostszą odpowiedzią jest stwierdzenie, że struktury matematyczne są jedynymi strukturami świata. Tak było w filozofii pitagorejczyków, gdzie „wszystko było liczbą”. Nieco subtelniejszą odpowiedź dał Platon. Pojęcia matematyczne, tak jak i inne idee, mają realny i samoistny byt. Każdy byt jest istniejący i realny na tyle, na ile jest do tych idei podobny. W innym nurcie była koncepcja Kanta. Dla niego w doświadczeniu człowiek ma do czynienia ze zbiorem wrażeń uporządkowanych przez formy zmysłowości, takie jak czas i przestrzeń oraz kategorie rozsądku. Ponieważ matematyka jest czystą intuicją a priori czasu i przestrzeni, zgodność ta jest czymś naturalnym.

Na przełomie XIX i XX wieku powstały nowe kierunki w filozofii matematyki: intuicjonizm, logicyzm oraz formalizm. Kierunki te powstały na skutek „kryzysu” XIX-wiecznej matematyki i jako rozwiązanie proponowały szukać podstaw matematyki w samej matematyce, odcinając jej istotę od rozważań mających odniesienie do historii matematyki czy szeroko rozumianej filozofii.

W roku akademickim 1986/87 na seminarium ks. prof. Michała Hellera próbowaliśmy sprecyzować problem matematyczności przyrody. Wydawało się interesujące zobaczyć, jak te klasyczne kierunki filozofii matematyki ujmowały to zagadnienie. Pracę rozpoczęliśmy od analizy artykułu Heytinga

---

\*UWAGA: Tekst został zrekonstruowany przy pomocy środków automatycznych; możliwe są więc pewne błędy, których sygnalizacja jest mile widziana (obi@opoka.org). Tekst elektroniczny posiada odrębną numerację stron.

*Dysputa*, gdzie przedstawione jest stanowisko intuicjonizmu. W filozofii matematyki, którą reprezentuje intuicjonizm, panuje wyraźne odcięcie się od radykalnych pytań filozoficznych. „Radykalny” sposób filozofowania nazwalibyśmy „metafizyką matematyki” w odróżnieniu od metodologicznych aspektów filozofii intuicjonistów. Analizę tego kierunku próbowaliśmy wykorzystać do wejścia w nurt problematyki wyłaniającej się z ograniczeń intuicjonizmu, a ewentualne wnioski odnieść do problemu matematyczności przyrody. Wyłaniają się dwie pozytywne myśli intuicjonizmu. Przede wszystkim istotny jest sam mechanizm powstawania pierwotnej matematyki; generuje on podstawowe tezy i reguły matematyki. Tu kryje się jedno z głównych założeń intuicjonizmu stwierdzające, że mechanizm ten funkcjonuje w identyczny sposób u wszystkich ludzi. Sama matematyka rozwija się i żyje nie w układach symboli i znaków, lecz w bezpośrednim i twórczym procesie myślenia (jest konstrukcją umysłu). Mimo to jest ona intersubiektywnie komunikowalna. Tutaj bardzo mocno tkwi dążność do odmawiania wartości językowi formalnemu jako jedynemu językowi umożliwiającemu pełne porozumienie się. A ponieważ twórczy proces świadomości jest płynny i zmienny niemożliwa jest całkowita redukcja matematyki, do systemu sformalizowanego. Można sformalizować dany fragment teorii matematycznej, lecz dalszy rozwój teorii i tak będzie przebiegał poza formalizacją i może wręcz podważyć jej prawomocność.

Drugie ważne spostrzeżenie intuicjonizmu to myśl, że matematykę można budować bez założeń filozoficznych. Według intuicjonistów filozofia służy wyłącznie do oceny powstałych teorii matematycznych. Precyzując tę myśl można powiedzieć, że dana teoria jest nieczuła na przedzałożenia filozoficzne. Przyjmując różne układy przedzałożeń filozoficznych, otrzymamy pewien, zawsze ten sam, rdzeń — właśnie matematykę intuicjonistyczną. Pewność matematyki sugeruje, że taki wspólny rdzeń powinien istnieć, jednak nie ma pewności czy to, co znajduje się poza rdzeniem, nie jest czymś naprawdę istotnym dla matematyki. I tu dostrzegliśmy jedną z głównych słabości intuicjonizmu. Przyjmując schemat intuicjonistyczny powstawania matematyki, nie można wykluczyć tego, że założenia filozoficzne dokonywane nawet nieświadomie, zmieniają strukturę umysłu. Przyjęcie dwóch różnych filozofii może prowadzić do sytuacji, w której pewne konstrukcje jednego systemu są niewykonywane w drugim.

Zwróciliśmy uwagę na dość istotny brak intuicjonizmu, który zarazem ukazuje różnicę między intuicjonizmem a formalizmem. Poszczególne „konstrukcje” matematyczne tworzą pewien zbiór. Matematyka intuicjonistyczna

nie daje możliwości narzucenia struktury na ten zbiór. Przede wszystkim nie jest jasne samo pojęcie konstrukcji matematycznej. Przecież raz utworzone konstrukcje uzyskują obiektywną postać (w pewnym sensie niezależną od umysłu) i ich znajomość determinuje umysł przy wykonywaniu późniejszych konstrukcji. W ogólnym schemacie matematycznego myślenia często dalsze konstrukcje, nie mające wiele wspólnego z matematyką, mogą uzyskać status „konstrukcji matematycznej”. Wynika to z tego, iż umysł pracuje na bazie pewnych wrodzonych predyspozycji jak również wyuczonych funkcji i schematów. Matematyka, która została „już spisana”, pełni rolę elementu, który przychodząc z zewnątrz strukturalizuje umysł. Jednak w koncepcji intuicjonistycznej ta strukturalizacja musi pełnić rolę tła a nie istotnych składników matematyki (gdyż inaczej matematyka zamykałaby się w pewnych formalnych schematach). Lecz tak rozumiany rozwój dopuszcza niemal zupełną dowolność. Oprócz tego poza, tworzącym umysłem, nie ma żadnej podstawy łączącej te konstrukcje w jedną całość. Oczywiście intuicjonizm świadomie odrzuca taką możliwość, przecież matematyka rozwija się i wszystkie z góry przyjęte struktury, krępujące ją, mogą zostać z czasem zakwestionowane, to jednak nie przeczy faktowi, że rozwój dokonuje się zawsze w ramach jednej struktury i dopiero, gdy dalszy postęp stanie się niemożliwy, konieczna jest przebudowa struktur (lecz nie ich zniszczenie).

Również poważnym, a z punktu widzenia matematyków chyba głównym zarzutem pod adresem intuicjonizmu jest fakt, że eliminuje on z matematyki jako bezprawne (bezpodstawne) cenne jej fragmenty. Z drugiej strony pozbawia matematykę waloru zbliżenia do prawdy obiektywnej, na rzecz intersubiektywnej konstrukcji umysłu.

Podsumowując, można stwierdzić, iż intuicjonizm porusza podstawowe problemy metodologii matematyki a także wbrew sobie, problemy metafizyki matematyki. Jednakże proponowane rozwiązania są niezadowalające i jeżeli są w ogóle możliwe to wymagają badań o dużo szerszym zakresie. Niewątpliwie pożyteczne byłoby przeanalizowanie w podobny sposób logicyzmu i formalizmu, a także innych współczesnych kierunków filozofii matematyki.