ARTYKUŁY

ZAGADNIENIA FILOZOFICZNE
W NAUCE
X / 1988, s. 25–29*

Krzysztof MAŚLANKA

STABILNOŚĆ, STACJONARNOŚĆ I SYMETRIA

0. Symetria oraz stabilność są dwoma pojęciami uniwersalnymi. Pojawiły się one niezależnie w matematyce, gdzie posiadały dość wąskie, ale dobrze określone znaczenie: symetria w geometrii, stabilność w teorii równań różniczkowych — ale z czasem uległy wielu owocnym uogólnieniom. Pełny rozkwit pojęcia symetrii dokonał się w teorii grup. Natomiast co do zastosowań w fizyce, można sformułować następujący pogląd: stabilność zezwala obiektom istnieć, symetria przenika prawa istniejącego Wszechświata i jest kluczem do zrozumienia wspólnego pochodzenia i jedności praw przyrody. W dalszym ciągu będę chciał pokazać związek z między stabilnością a symetrią, co więcej, sprowadzić — przy pewnych modyfikacjach — stabilność do symetrii, jako jej bardzo specyficzny przypadek.

1. Rozważmy bardzo proste podejście do rzeczywistości materialnej. Obserwowany świat obfituje w różnorodność zmian. Każdy nietrywialny model rzeczywistości musi więc uwzględniać jej dynamikę. Doświadczenie poucza, że zmiany te nie są zupełnie dowolne czy przypadkowe. W zasadzie można by sobie wyobrazić modelowy, złośliwy świat bez żadnych prawidłowości. Można więc powiedzieć, że nie wszystkie punkty w abstrakcyjnej przestrzeni możliwych do pomyślenia stanów są realne i mogą wystąpić. Świat przyrody i jego dynamikę przenika zatem rzeczywistość dobrze określonych praw, która jest zbiorem pewnych reguł. Reguły te wiążą zmiany różnych wielkości z samymi wielkościami lub zmianami innych wielkości. W sformalizowanym ujęciu chodzi tu oczywiście o równania różniczkowe, wyrażające prawa fizyki.

2. Przy przejściu do opisu kwantowego przedstawiony powyżej obraz ulega istotnym zmianom jakościowym. Teraz już bowiem wszystkie elementy z abstrakcyjnej przestrzeni możliwych do pomyślenia stanów są dopusz-

*UWAGA: Tekst został zrekonstruowany przy pomocy środków automatycznych; możliwe są więc pewne błędy, których sygnalizacja jest mile widziana (obi@opoka.org). Tekst elektroniczny posiada odrębną numerację stron.

czalne. Istnieje jednak fantastycznie prosta reguła, odkryta przez Feynmana, która w oszczędny sposób *tłumaczy* obserwowany obraz: co prawda wszystkie stany są równo uprawnione (*democracy of all paths*), ale nie wszystkie efektywnie „przeżywają" w kwantowej interferencji. Tzw. amplituda przejścia ma następującą konstrukcję

$$\sum_{\substack{\text{wszystkie}\\\text{trajektorie}}} \exp\left(i \cdot \frac{\text{działanie dla trajektorii}}{\text{stała Plancka}}\right)$$

Fakt, że praktycznie „przeżywa" ten, który skądinąd nazywamy „klasycznym" jest już tylko matematyczną konsekwencją (aktualnej) niezmiernej małości stałej Plancka h. Gdyby ta ostatnia była większa o kilkanaście rzędów wielkości, wtedy bylibyśmy zmuszeni w codziennym życiu respektować to wszystko, co przewiduje mechanika kwantowa dla obiektów mikroświata.

3. Wyobraźmy sobie — dla ustalenia uwagi — fragment rzeczywistości materialnej w popularnym przedstawieniu „czarnej skrzynki", której mechanizmów nie możemy do końca poznać i zrozumieć, czy to z przyczyn niedoskonałości i niepełności naszej wiedzy na danym etapie rozwoju nauki, czy też z powodu jakiejś bardziej fundamentalnej niemożności (jak np. w mechanice kwantowej). Fenomenologiczne prawa odgadnięte mozolnie z wielu powtarzanych systematycznie eksperymentów mówią nam jedynie, że ilekroć poruszymy którymś z „pokręteł" wtedy reakcja „wskaźników" będzie jednoznaczna. Aby jeszcze bardziej dopomóc intuicji weźmy pod uwagę np. równania Maxwella, które, jak wiadomo, pozwalają znaleźć pole elektromagnetyczne („wskaźniki") przy danych jego źródłach tj. ładunkach i prądach („pokrętła").

Jednym z innych ważnych, choć mniej oczywistych „wskaźników" jest sama *postać równań*. Możemy bowiem wyobrazić sobie również manipulacje wszystkimi wielkościami występującymi w równaniach Maxwella, tj. polami, źródłami oraz współrzędnymi i czasem. Ale zgodnie z oczekiwaniami, tylko niektóre z możliwych do pomyślenia przekształceń nie powodują zmiany tego wyróżnionego wskaźnika jakim jest sama postać równania. One to właśnie określają *symetrie* równań Maxwella i same w sobie są też ważnymi prawami przyrody. Jak dobrze wiadomo, są to tzw. transformacje Lorentza. Przypomnijmy, że — zgodnie z lapidarnym określeniem Weyla — obiekt jest symetryczny (względem danej grupy przekształceń) jeśli po poddaniu go tym przekształceniom nie ulega zmianie. Można zatem powiedzieć, wyrażając inaczej istotę symetrii, że równania Maxwella są *stabilne* (w sensie braku zmiany swej postaci) ze względu na przekształcenie Lorentza przestrzeni i czasu (oraz stowarzyszone z nim odpowiednie przekształcenie pól i źródeł). Ogólnie, każde prawo przyrody jest stabilne ze względu na swoje przekształcenie symetrii.

Z drugiej jednak strony wiadomo dziś bez wątpienia, że badanie własności symetrii praw fizyki jest badaniem najgłębszej ich istoty. Jest chyba największym odkryciem fizyki ostatnich lat to szczególne „metaprawo", które mówi, że cała informacja o każdym fundamentalnym prawie przyrody tkwi w całokształcie tych zmian, które nie zmieniają postaci tego prawa. Są to tzw. symetrie *gauge*.

4. Rozważmy teraz stabilność w sensie tzw. stabilności strukturalnej. Załóżmy, że równania opisujące dany twór fizyczny można przedstawić w wygodnej postaci układu dynamicznego np. na płaszczyźnie

$$\frac{d}{dt} = f(x, y; \lambda)$$
$$\frac{d}{dt} = g(x, y; \lambda)$$

Mówimy, że dany układ dynamiczny jest stabilny strukturalnie ze względu na zmiany parametru λ, gdy jego obraz fazowy (tj. zbiór wszystkich rozwiązań $x(t; \lambda), y(t; \lambda)$ przedstawiony jako rodzina krzywych na płaszczyźnie xy, sparametryzowanych czasem t i numerowanych parametrem λ) nie ulega „istotnym zmianom" przy zmianach (zaburzeniach) tego parametru. Zauważmy dalej, że powyższa definicja stabilności staje się identyczna z przytoczonym powyżej określeniem symetrii wg Weyla, jeżeli tylko osłabić żądanie braku jakichkolwiek zmian i zastąpić je żądaniem braku istotnych zmian. Takie rozluźnienie rygorów i wprowadzenie pewnego liberalizmu okazuje się niegroźne dla spójności teorii, natomiast bardzo owocne dla wszelkich uogólnień.

Brakującego określenia wspomnianych powyżej „nieistotnych zmian" dostarcza topologia, gdzie znane są one pod nazwą homeomorfizmów. Są to transformacje (w naszym przypadku obrazów fazowych związanych z danym układem dynamicznym), które nie rozrywają (ciągłość przekształcenia) ani nie sklejają (ciągłość przekształcenia odwrotnego) przekształcanego obiektu. W tym sensie okrąg jest równoważny brzegowi kwadratu, ale istotnie różni się od odcinka; nie istnieje homeomorfizm, który przeprowadzałby okrąg w odcinek. Podobnie obraz fazowy wszystkich kosmologicznych modeli Friedmana bez stałej kosmologicznej nie jest równoważny obrazowi ze stałą: pod wpływem niezerowej, choćby dowolnie małej, stałej kosmologicznej punkt stacjonarny w początku układu ulega rozszczepieniu na trzy punkty; pojawia się jakościowo nowa rodzina modeli, które nie posiadają swoich odpowiedników w poprzednim obrazie. Wprowadzenie stałej kosmologicznej dowodzi więc niestabilności strukturalnej równań.

Reasumując powyższe rozumowanie można powiedzieć, że prawa fizyki (dokładniej, reprezentujące je równania różniczkowe) można poddawać różnym przekształceniom poprzez zmianę wielkości występujących w danym prawie. Pewne z tych przekształceń nie zmieniają postaci równań; są to przekształcenia symetrii. Specyficzne przekształcenia („zaburzenia") równań nie zmieniają — w sensie homeomorfizmu — obrazu fazowego, tj. całokształtu wszystkich rozwiązań i one to decydują o stabilności strukturalnej tych równań.

5. Zwróćmy jeszcze uwagę na inny aspekt symetrii. Jak wiadomo rachunek wariacyjny i formalizm Lagrange'a pozwalają w sposób systematyczny *otrzymywać* prawa fizyki jako te równania różniczkowe, które spełniają pewien warunek zwany *stacjonarnością* całki działania

$$\delta S \equiv \delta \int \mathcal{L}(\varphi, \partial_\mu \varphi)\, d^4x = 0$$

lub inaczej

$$\frac{\delta S}{\delta \varphi} \equiv \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \varphi} - \partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \varphi)} \right)$$

gdzie $\frac{\delta S}{\delta \varphi}$ oznacza pochodną funkcjonalną działania S. Powyższy fakt można wyrazić w sposób równoważny nieco inaczej: spośród wszystkich możliwych do pomyślenia trajektorii realizowane przez układ fizyczny są tylko te, dla których całki działania, wzięte po wszystkich bliskich im trajektoriach, różnią się „niewiele" w tym sensie, że są to zmiany drugiego lub jeszcze wyższych rzędów. Podobnie więc jak w § 4 widać od razu, że jeśli zastąpić sformułowanie o braku zmian z definicji Weyla pewnym „rozmytym" warunkiem, mianowicie by trajektorie bliskie rzeczywistej dawały niewielkie przyczynki do całki działania, wtedy podobieństwo zasad wariacyjnych do ogólnych zasad symetrii stanie się oczywiste: działanie liczone wzdłuż fizycznej trajektorii jest nieczułe na zaburzenia polegające na niewielkiej wariacji tej trajektorii. Podobne zaburzenia dla działania liczonego wzdłuż dowolnej trajektorii na ogół istotnie zmieniają wartość całki działania.

6. Okazuje się zatem, że symetria, jakkolwiek w różnych postaciach, przenika prawa fizyki na etapie ich odkrywania metodą wariacyjną („rozmyta"

symetria całki działania); decyduje o tym, które z rozwiązań mogą zostać zrealizowane w formie trwałej tj. nie jako fluktuacje (symetria w aspekcie nieistotnych, homeomorficznych reakcji rozwiązań, na zaburzenia tj. stabilność strukturalna). Na koniec, okazuje się, że zrozumienie najgłębszej istoty praw fizyki, w szczególności ich powiązanie ze sobą (program unifikacji), staje się powoli coraz bardziej jasne dzięki badaniu takich przekształceń, które nie naruszają postaci równań. I jakkolwiek, niestety nie mamy możliwości, by badać prawa przyrody inaczej jak tylko w uproszczonej i niepełnej reprezentacji równań różniczkowych, to mamy dziś silne podstawy, by wierzyć, że wszystkie one mogą być odkrywane, efektywnie działają i ukazują swe wspólne pochodzenie dzięki różnym uogólnionym formom symetrii.

7. Na koniec przyjrzyjmy się niektórym aspektom symetrii z punktu widzenia historii Wszechświata tego, jedynego w swoim rodzaju, konglomeratu rozwiązań znanych i nieznanych jeszcze równań fizyki oraz wszelkich możliwych interferujących stanów kwantowych. Obecny stan Wszechświata — w przeciwieństwie do wcześniejszych etapów jego ewolucji — umożliwił powstawanie i rozwój istot żywych. Przyczyn tego jest wiele. Wymieńmy kilka: pozorna statyczność Wszechświata (trzeba subtelnych obserwacji słabych widm, aby odkryć jego ekspansję), niska średnia temperatura i związany z tym brak energetycznych, zabójczych dla życia fotonów oraz wiele innych. Zwróćmy też uwagę na jeszcze jeden istotny fakt: stosunkowo dużą, wynoszącą cztery, ilość różnych oddziaływań fundamentalnych. Różnią się one między sobą znacznie zarówno zasięgiem (od bardzo małego do nieskończonego) jak i wielkością stałych sprzężenia (40 rzędów wielkości między grawitacją i elektromagnetyzmem) oraz tym, że grawitacja jest uniwersalna a pozostałe siły mają swoje ładunki. 0gólny obraz — kłopotliwy dla badacza, który chciałby znaleźć tu jakiś porządek — sprzyja bogactwu możliwych rozwiązań. I chociaż Wszechświat jako całość rządzony jest w dużej skali praktycznie przez grawitację, to jednak z punktu widzenia człowieka nie mniej ważne są pozostałe siły gwarantujące trwałość materii (siły jądrowe) lub istnienie bogatej różnorodności pierwiastków (elektromagnetyzm). W ten sposób fakt naszego istnienia okupiony jet ceną skomplikowania obecnej fizyki Wszechświata w czasie 10^{10} lat po Wielkim Wybuchu. Ale nie zawsze tak było. Wczesny Wszechświat był w pewnym sensie prosty; był bowiem *gorący* i rządzony przez jedną tylko uniwersalna siłę. Zjawisko to nazywamy restauracją symetrii w wysokich temperaturach. Stan ten nie trwał długo: postępujące rozszerzanie i związane z tym ochładzanie wywoływały kolejne spontaniczne złamania symetrii. One to sprawiły, że z tego pierwotnego po-

rządku wyłamała się jako pierwsza grawitacja. I dlatego też ona to właśnie sprawia dziś teoretykom najwięcej kłopotów w ujawnieniu swej prawdziwej kwantowej natury — tej z egzotycznych temperatur i gęstości wyrażonych zwykle beznamiętnymi liczbami $T = 10^{44}$K, $\rho = 10^{93}\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$, będącymi jednak poza granicami wszelkiej wyobraźni. Oddzielenie się sił elektro–słabych od silnych było kolejnym naruszeniem pierwotnej prostoty i miało spektakularny charakter *inflacji*: rozmiary Wszechświata wzrosły o 30 rzędów wielkości. Z tego też powodu jest on dziś w dużej skali tak symetryczny, jednorodny i izotropowy. Na koniec, stosunkowo późno rozdzieliły się siły słabe od elektromagnetycznych. Było to już w warunkach temperatur i gęstości bliskich możliwości współczesnych akceleratorów. Dlatego też mechanizm tego rozdzielenia (jak również odwrotną do niego unifikację opisaną modelem Weinberga–Salama) rozumiemy dziś dość dobrze.

Jest zatem jasne, że jeśli teoretycy od wielu już lat dążą do upragnionej *unifikacji* oddziaływań fundamentalnych, to wędrówkę swą muszą — chcąc czy też nie chcąc — skierować pod prąd rzeki czasu w stronę początku Wszechświata. I być może istota owego Początku pozostanie wciąż tylko niewyczerpanym źródłem zagadek, a samo jego pochodzenie niewyjaśnioną do końca Tajemnicą. Jednak, dzięki wysiłkom nauki, już dziś możemy przypuszczać, że początek ten był jedynym w swoim rodzaju stanem nigdy już i nigdzie nie osiągalnej powszechnej i nienaruszalnej symetrii. W ów stan pierwotnej prostoty wdarła się rzeka czasu, a niezbywalnym prawem tego ostatniego jest łamać symetrię, rozdzielać siły, generować entropię. Zapewne usprawiedliwieniem dla tej, zaciemniającej pierwotną prostotę działalności czasu, jest wytworzenie zróżnicowań tak wielkich, że umożliwiły powstanie pierwiastków, gwiazd i ich planet, a na koniec człowieka.