ARTYKUŁY

ZAGADNIENIA FILOZOFICZNE
W NAUCE
XXI / 1997, s. 32–47*

Janusz MĄCZKA

# PLATONIZM W MATEMATYCZNYCH PRACACH WHITEHEADA

## 1. Wprowadzenie

Przygoda Whiteheada z platonizmem rozpoczęła się dość wcześnie. Jeszcze podczas trwania studiów zapoznał się on z myślą Platona. Grono przyjaciół, którzy pragnęli poszukiwać głębszego uzasadnienia dla swoich przemyśleń, na przekór ówczesnym modom, kierowało swe zainteresowania w stronę idealizmu platońskiego. Matematyczne studia Whiteheada, jak się wydaje, znajdowały w tych spotkaniach wiele nowych inspiracji. W *Autobiographical Notes* Whitehead wspomina: „Moja edukacja w Cambridge, z charakterystycznym nastawieniem na matematykę i swobodną dyskusję, zdobyłaby aprobatę Platona”[1]. Zafascynowanie Platonem bardzo mocno wpłynęło na dalszą twórczość Whiteheada.

Przedmiotem naszego zainteresowanie będzie poszukiwanie związku między matematyczną twórczością Whiteheada a jego, stopniowo ujawniającą się, filozoficzną „intuicją”. Trudno będzie uchwycić ten związek, gdyż Whitehead w swych matematycznych pracach nie określił jednoznacznie swoich poglądów filozoficznych. Jednak należy sądzić, że filozofia jest obecna w jego matematycznej twórczości i należy sądzić, że jest to pewna forma platonizmu. Uważamy również, że platońskie „nastawienie” Whiteheada, nawet wtedy, gdy nie tworzy on prac matematycznych, nie zostało przez niego porzucone; co więcej, zostało ono rozwinięte w jego filozofii procesu.

---

*UWAGA: Tekst został zrekonstruowany przy pomocy środków automatycznych; możliwe są więc pewne błędy, których sygnalizacja jest mile widziana (obi@opoka.org). Tekst elektroniczny posiada odrębną numerację stron.

[1]A. N. Whitehead, *Autobiographical Notes*, [w:] tegoż, *Sciencie and Philosophy*, Philosophical Library, New York 1974, s. 14. Por. J. Życiński, *Bóg Abrahama i Whiteheada*, Biblos, Tarnów 1992, s. 19.

Nasze obecne rozważania będą pewną próbą zrekonstruowania filozofii Whiteheada z „matematycznego” okresu jego twórczości. Rekonstrukcja ta wydaje się ważna, gdyż pozwoli ona dostrzec źródło jego przyszłych konstrukcji filozoficznych. Wydaje się również, że dla uchwycenia filozoficznej myśl Whiteheada z tego okresu, ważne jest ukazanie jej na bardziej ogólnym tle. Mówiąc inaczej, będziemy starali się odpowiedzieć na pytanie: jakie formy platonizmu można wyróżnić w filozofii matematyki na przełomie XIX i XX w.? Tak scharakteryzowane tło posłuży następnie do umieszczenia w nim filozofii Whiteheada, pomagając tym samym dokonać pewnej rekonstrukcji jego poglądów.

## 2. Wybrane aspekty platonizmu w filozofii matematyki na przełomie XIX i XX w.

Okres matematycznej działalności Whiteheada przypada w epoce, w której rozważane są najważniejsze problemy związane z kryzysem podstaw matematyki. Ponieważ rozwiązanie tego kryzysu wymagało sięgnięcia do najbardziej podstawowych warstw matematyki, dlatego wydaje się, że nie mogło się ono odbyć bez uwzględnienia filozofii w kontekście prowadzonych analiz. Można nawet zaryzykować opinię, że problem podstaw matematyki mógł być dobrze ujęty tylko wówczas, gdy dokonywał się na styku matematyki z filozofią. Matematyk, rozwiązując te problemy, w pewnym sensie musiał być filozofem.

Platonizm należy do tych kierunków filozoficznych, których nie można pominąć przy rozwiązywaniu podstaw matematyki. Mając świadomość, że w historii filozofii dokonała się pewna ewolucja platonizmu[2], przedstawimy tylko tę jego wersję, która ingerowała wprost w dyskusję nad uporządkowaniem podstaw matematyki. Na początku wypada przytoczyć stanowisko Kanta w kwestii natury matematyki, gdyż podejście platońskie będzie kształtować się jako opozycja do jego poglądów.

Jednym z pierwszych filozofów, który postawił problem filozofii matematyki, stawiając pytanie o naturę matematyki, był Kant. Jego wpływ na formowanie się filozoficznego kontekstu podstaw matematyki był na tyle znaczący, że początkowo rozwiązanie Kantowskie zyskało dużą popularność. Kant łączył istnienie sądów syntetycznych *a priori* z matematyką. Możliwość istnienia takich sądów jest równoznaczna z możliwością istnienia mate-

[2]Por. D. Ross, *Plato's Theory of Ideas*, Oxford 1951. Także: J. Życiński, *Poza granicami konkretu. Spór o powszechniki w kontekście rozwoju nauki nowożytnej*, [w:] *Spór o uniwersalia a nauka współczesna*, red. M. Heller, W. Skoczny, J. Życiński, OBI, Kraków 1991, s. 55–80.

matyki. Syntetyczny charakter sądów matematyki sprawia, że twierdzenia matematyki swojej pewności nie czerpią ani wyłącznie z praw logiki, ani przez odwołanie się do doświadczenia[3]. Syntetyczne rozszerzenie poznania następuje na poziomie czystego *a priori* i nie dokonuje się przez analizę, lecz przez konstrukcję pojęć. „Skonstruować zaś pojęcie to znaczy przedstawić odpowiadającą mu naoczność *a priori*”[4]. Można zatem powiedzieć, że konstrukcje matematyczne oparte na danych naocznych *a priori* są koniecznym warunkiem możliwości przedmiotów zewnętrznej naoczności. Do czystych naoczności zalicza Kant czas i przestrzeń. Naoczności te nie są pojęciami lecz formami czystej naoczności[5]. Jak się jednak z czasem okazało, Kant postawił właściwe pytanie, jednak rozwiązanie, które zaproponował, nie zyskało akceptacji. Wprawdzie czystą matematykę uznano za naukę *a priori*, jednak trudniej było przyznać jej charakter syntetyczny. Przyznanie apriorycznego charakteru matematyce łączy Kanta z Platonem. Jednak bliższa analiza apioryczności wykazuje, że między Kantem a Platonem istnieje zasadnicza różnica. Aby wyjaśnić naturę matematyki Platon odwołał się do świata idei. Idee nie wymagają wyjaśnienia dla swego istnienia, istnieją bowiem samodzielnie bez zależności od podmiotu. Jak widzieliśmy, dla Kanta takie rozwiązanie jest nie do przyjęcia. Aprioryczność kantowska została umieszczona w podmiocie i od niego uzależniona. Platon był również daleki od włączania do definicji, stwierdzającej istnienie obiektu matematycznego, konieczność odwołania się do elementu konstrukcyjnego. Ponieważ formy matematyczne ujmujemy bezpośrednio za pomocą intuicji (matematyk „ogląda”, „widzi” idee), możliwe staje się dzięki takiemu ujęciu stwierdzenie istnienia tych obiektów. Krócej: ponieważ obiekty matematyczne są pewnego rodzaju ideami, dlatego nie jest potrzebny dowód ich istnienia. W matematyce nie ma „konstruowania”, jest „uzmysławianie”. W *Menonie* Platon stwierdza: „przecież szukanie i uczenie się to w ogóle jest przypominanie”[6]. Konsekwencją przytoczonych różnic pomiędzy Platonem i Kantem jest inny sposób rozwiązania przez obu tych myślicieli problemu natury matematyki.

---

[3]Por. I. Kant, *Krytyka czystego rozumu*, tł. R. Ingarden, PWN, Warszawa 1986, s. 15 (B.14).

[4]I. Kant, *Krytyka...*, t. 2, s. 453. Por. I. Kant, *Prolegomena*, PWN, Warszawa 1993, s. 42–48.

[5]Por. O. Höffe, *Immanuel Kant*, PWN, Warszawa 1995, s. 78–79. Także R. Copleston, *Historia filozofii*, PAX, Warszawa 1996, s. 262–267.

[6]Platon, *Menon*, tł. P. Siwek, PWN, Warszawa 1991, 81d.

Antykonstruktywizm platoński w matematyce starł się w tym czasie z jeszcze innym stanowiskiem, a mianowicie z intuicjonizmem. Zdaniem Brouwera, twórcy intuicjonizmu, nie ma sensu mówić o istnieniu obiektów matematycznych bez podania sposobu, w jaki je skonstruować[7].

Jednym z elementów platonizmu jest tendencja do rozważania pewnego obiektu, w tym przypadku matematycznego, jako oderwanego, niezależnego od podmiotu myślącego. Przykładem tej tendencji są rozważania prowadzone przez Hilberta z początkowego okresu jego twórczości[8]. Uważał on, że „istnieje" niezależny od naszego myślenia świat obiektów idealnych. Obiekty idealne istnieją i jest to rodzaj abstrakcyjnego istnienia, zaś niezbędność takich obiektów ujawnia się wówczas, gdy poszukujemy sensu prostoty w dociekaniach matematycznych[9]. Hilbert należy również do tych matematyków, którzy przeciwstawiali się syntetycznemu (w sensie Kanta) charakterowi matematyki. Uważał on, że przyjmując aksjomaty oraz dedukcyjnie wyprowadzając twierdzenia, można, nie wychodząc poza zasady logiczne, osiągnąć pewność i spójność otrzymywanych twierdzeń. Przykładem takiego myślenia jest aksjomatyzacja arytmetyki i geometrii zaproponowana przez Hilberta.

Analityczny charakter matematyki obecny jest również w pracach Fregego, w *Principia Mathematica* i u Carnapa. Zasadniczym przekonaniem, jakie towarzyszy *Principiom* i wymienionym autorom, jest wiara w skuteczność zasad logicznych, w skuteczność metody aksjomatycznej. Warto w tym miejscu przypomnieć, że to właśnie Platon uchodzi za twórcę tej właśnie metody. Przedmioty matematyki istnieją w świecie idei. Dzięki rozumowi możemy wykrywać związki między ideami[10]. Dokonuje się to w ten sposób, że przyjmuje się bez dowodu pewną liczbę podstawowych idei (aksjomatów i postulatów), a następnie „logicznie" wywodzi się z nich wszystkie inne twierdzenia. Metodę szukania nowej wiedzy ukazał Platon w *Teajtecie* na przykładzie arytmetyki. Znalezienie nowej liczby może dokonać się poprzez wskazanie związku logicznego ze znaną liczbą[11]. Musi zatem istnieć pewien typ wiedzy podstawowej, nie wyprowadzanej z doświadczenia i nie wymagającej dowodu istnienia, by można było przez wnioskowanie logiczne

---

[7] R. Penrose, *Nowy umysł cesarza*, tł. P. Amsterdamski, Wydawnictow Naukowe PWN, Warszawa 1995, s. 136.

[8] Por. D. Hilbert, *Grundlagen der Geometrie*, Leipzig 1899.

[9] Za: E. Piotrowska, *Filozoficzne podstawy formalizmu matematycznego*, Poznań 1990, s. 50.

[10] Najlepiej obrazuje to metafora jaskini. Platon, *Państwo*, tł. W. Witwicki, ks. VII, r. I–III.

[11] Por. Platon, *Teajtet*, tł. W. Witwicki, PWN, Warszawa 1959, 197b–199c.

otrzymać nową wiedzę. Metoda ta znalazła pierwsze zastosowanie w geometrii. Uczynił to Euklides w swoich *Elementach*. Istotne jest w niej to, że prowadzi do nowych twierdzeń, a nie dowodzi prawdziwości poczynionych założeń. Natomiast prawdziwość założeń jest zapewniona dzięki temu, że podstawowe obiekty matematyczne istnieją w świecie idei, a świat ten jest wieczny, aczasowy, konieczny i niezmienny. Platon uważał geometrię za naukę, która dotyczy tego, co wieczne[12]. Wydaje się również, że ten platoński kontekst pozwolił matematyce wyzwolić się z „konieczności" bezpośredniego odniesienia się do rzeczywistości. Aksjomaty nie zakładają czegoś o konkretnych obiektach, lecz odnoszą się one do wszelkich obiektów[13]. Rozważania matematyczne stają się więc coraz bardziej abstrakcyjne i formalne. Wniosek, jaki nasuwa się z tej części naszych rozważań, jest taki, że platonizm przedstawia dla matematyki pewną wartość poprzez dostarczanie matematycznych modeli dla pewnych abstrakcyjnych pomysłów[14].

Założeniem „platonizującym" w matematyce, a szczególnie w arytmetyce, jest założenie istnienia zbioru liczb naturalnych. Takim terminom jak: „zbiór liczb", „ciąg liczb" czy „funkcja" przypisuje się „quasi–kombinatoryczny" sens. To znaczy, że „definicje konstruktywne poszczególnych funkcji, ciągów, czy zbiorów, nie są z tego punktu widzenia niczym innym jak tylko podaniem sposobu wyboru obiektu, który posiada istnienie niezależne od konstrukcji i uprzednie w stosunku do niej"[15]. Zdaniem Jordana podobny sposób rozumienia liczby można znaleźć u samego Platona. Liczbę można ująć jako „klasę, której elementami są pewne abstrakcyjne indywidua"[16]. Co więcej, idąc za sugestią Arystotelesa z jego *Metafizyki*, można sądzić, że Platon przyjął typ idealnego istnienia zbioru własności liczb matematycznych[17]. Łącząc to ze stwierdzeniem Platona z *Timajosa*[18], że jedność każdemu jestestwu zapewnia proporcja matematyczna pomiędzy jego elementami, dochodzimy do wniosku, iż pojęcie liczby można wydedukować z pojęcia relacji. Przytoczone rozumowanie napotyka jednak na

---

[12]Por. Platon, *Państwo*, tł. W. Witwicki, Warszawa 1990, ks. VII 527b.

[13]Por. B. Russell, *Mysticism and Logic*, London 1963, s. 59–74.

[14]Por. P. Barnays, *O platonizmie w matematyce*, [w:] *Filozofia matematyki*, red. i opr. R. Murawski, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 1986, s. 310.

[15]Tamże, s. 311.

[16]Z. Jordan, *O matematycznych podstawach systemu Platona. Z historii racjonalizmu*, Poznań 1937, s. 91.

[17]Por. Arystoteles, *Metafizyka*, tł. K. Leśniak, PWN, Warszawa 1983, ks. XIII, 7, 1082a. Także: Z. Jordan, *O matematycznych...*, s. 92.

[18]Por. Platon, *Timajos*, tł. P. Siwek, PWN, Waszawa 1986, 31b–32a.

trudność, gdy zażądamy efektywnej konstrukcji ciągu liczbowego (dokonał tego na przykład Poincaré)[19].

Jednakże ten platonizm zastosowany przez Cantora do teorii mnogości, a szczególnie w przypadku teorii zbiorów nieskończonych, okazał się bardzo efektywny. Cantor przypisywał istnienie pojęciom związanym z teorią mnogości tak w świecie idei, jak i w rzeczywistości[20]. Nie była to więc forma skrajnego platonizmu, gdzie prawdziwe istnienie przypisuje się tylko ideom. Definiując pojęcie zbioru, Cantor twierdzi: „pod pojęciem ‘rozmaitości’ (*Mannigfaltigkeit*) czy ‘zbioru’ (*Menge*) rozumiem mianowicie każdą wielkość, która może być pomyślana jako jedność, tj. każdy ogół określonych elementów, które na mocy pewnego prawa mogą być złączone w jedną całość”[21]. W dalszej części Cantor wyraża nadzieję, że przytoczona definicja może być rozumiana tak, jak Platon rozumiał swoje idee. Bliższa analiza tej definicji pokazuje jednak, że jest ona niejednoznaczna i nieprecyzyjna. Konsekwencją tej definicji są paradoksy. Pojawienie się paradoksów w istotny sposób wpłynęło na dalsze dzieje platonizmu w matematyce. Można powiedzieć, że paradoksy teoriomnogościowe wyeliminowały możliwość skrajnego platonizmu z matematyki. Wydaje się, że trudności teorii mnogości stały się (między innymi) dla Cantora powodem przypisania pojęciom teoriomnogościowym, oprócz idealnego, także realnego istnienia. Platońskie poglądy Cantora nie w każdym przypadku pomagały mu w rozwiązywaniu problemów matematycznych. Na przykład problemem, którego nie mógł on rozwiązać w duchu platonizmu, była kwestia kontinuum. Chodzi tu o odpowiedź na następujące pytanie: „czy między mocą zbioru liczb naturalnych a mocą zbioru liczb rzeczywistych istnieją jeszcze inne liczby naturalne?”[22]. Wychodząc od dowolnego układu aksjomatów, który opisuje zbiór nieskończony, nie jesteśmy w stanie ani obalić, ani dowieść istnienia kontinuum. Takie jest stanowisko formalizmu. Platońska intuicja Cantora podpowiadała mu, że rozstrzygnięcie problemu kontinuum wymaga nowych metod rozumowania. Jednak z ich wskazaniem miał Cantor wiele trudności.

Mocny wpływ na kształtowanie się platonizmu w filozofii matematyki wywarły poglądy Gottloba Fregego. Platonizm Fregego wyrasta z pozycji

---

[19] Patrz: J. M. Folina, *Poincaré and the Philosophy of Mathematics*, Macmillan 1992.

[20] Por. J. Dadaczyński, *Heurystyczne funkcje założeń filozoficznych w kontekście odkrycia teorii mnogości Georga Cantora*, Wydawnictwo Naukowe PAT, Kraków 1994, s. 75.

[21] G. Cantor, *Pojęcie zbioru*, tłum. R. Murawski, [w:] *Filozofia matematyki*, red. i opr. R. Murawski, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 1986, s. 157.

[22] R. Murawski, *Georg Cantor*, [w:] *Filozofia matematyki*, red. i opr. R. Murawski, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 1986, s. 156.

logicznych, a właściwie z semantycznych. Frege wprowadza monizm ontologiczny, w którym istotną rolę spełnia logika języka. To właśnie na poziomie języka dokonuje się najistotniejsze uchwycenie zróżnicowania ontologicznego. Możemy z jednej strony wyróżnić istnienie rzeczy fizycznych, obiektów aktualnych, które znajdują w języku odbicie w „nazwach" (wyrażeniach), z drugiej strony wyróżniamy świat obiektów idealnych, aczasowych, niezależnych od naszego poznania, czyli świat myśli, sensów, liczb oraz prawdy i fałszu[23]. Nie można obu światów potraktować rozdzielnie. Istotny jest funkcjonalny związek między nimi. Świat idei najlepiej charakteryzowany jest — zdaniem Fregego — przez logikę i zredukowaną do niej arytmetykę. Mówiąc inaczej, Frege uważa, że obiekty arytmetyki wywodzone są z obiektów logiki. Logika bada strukturę bytów idealnych i w konsekwencji tworzy ontologię. Badając logiczną strukturę zdań, badamy składniki struktury ontycznej. Można dopatrzyć się tutaj pewnej analogii ze stwierdzeniem Platona zawartym w *Menonie*. Platon uważa, że „jeśli dany przedmiot ma takie a takie własności, to posiada także takie a takie własności"[24]. Język spełnia rolę fundamentalnego tła, poprzez które mamy dostęp do całego spektrum istniejących obiektów. Możemy zatem stwierdzić, że „cokolwiek, o czym możemy mówić i myśleć, jest obiektem"[25].

Frege — jak widzieliśmy — umieszcza liczby w świecie idei. Takie rozumienie liczb wymaga odpowiedzi na pytanie: w jaki sposób liczby dane są dla naszego umysłu? Nie możemy ich bowiem otrzymywać ani na podstawie doświadczenia, ani intuicyjnie. Frege stwierdza, że liczby mają charakter czysto „myślowy". Tylko myślnie jesteśmy w stanie je uchwycić. Wielu autorów uważa, że takie rozumienie arytmetyki jest wyrazem platonizmu w filozofii matematyki Fregego, ale warto zauważyć, że w gruncie rzeczy nawiązuje on do nominalizmu[26]. Z naszego punktu widzenia istotne jest pytanie, jak usprawiedliwić logikę? Frege twierdzi, że logika znajduje usprawiedliwienie w „sobie samej", że zawarta w niej ontologia jest dla niej usprawiedliwieniem. Widzimy więc, że platonizm Fregego jest bardzo swoisty.

[23]Por. M. Dummet, *The Interpretation of Frege's Philosophy*, Duckworth, London 1981, s.387–399. Także B. Tuchańska, *Koncepcja wiedzy apriorycznej i analitycznej a status logiki i matematyki*, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź 1995, s. 81–110.

[24]Z. Jordam, *O matematycznych...*, s. 106. Por. Platon, *Menon*, 86e–87a.

[25]B. Tuchańska, *Koncepcja wiedzy apriorycznej i analitycznej a status logiki i matematyki*, s. 91.

[26]Por. G. Bergmann, *Frege's Hidden Nominalism*, [w:] *Essays on Frege*, ed. E. D. Klemke, University of Illinois Press, Chicago 1968, s. 51. Także R. Wells, *Frege Ontology*, [w:] *Essays on Frege...*, s. 321.

Analiza filozoficzno–matematycznych poglądów Fregego wskazuje na jeszcze jedną przesłankę świadczącą o jego swoistym platonizmie. Ważnym pojęciem wprowadzonym przez Fregego do rozważań językowych jest pojęcie całości, „swoistej jedności”. Frege uważa, że wyrażenia mają zarówno swój sens, jak i znaczenie. Zarówno sens, jak i znaczenie pozostają ze sobą w ścisłym związku i są jakby różnymi aspektami wyrażającymi istnienie zarówno tego, co obiektywne, jak i tego, co wyrażamy w języku. Brak relacji wiążącej sens i znaczenie wprowadza dualizm i tym samym istotną niemożliwość rozróżnienia tego, o czym mówimy, od tego, co o tym czymś mówimy. Związek (jedność) między sensem a znaczeniem jest konieczny, by zachować spójność językową.

Filozoficzne poglądy Fregego wpłynęły na Russella. Szczególnie realizm typu platońskiego przyjęty przez Russella od Fregego kształtował jego poglądy na filozofię matematyki. Realizm ten pozwolił wyzwolić się Russellowi spod wpływów Kanta i Hegla. Podobnie jak u Fregego, również u Russella pojawia się ten sam typ redukcjonizmu. Czysta logika jest fundamentalna dla całej matematyki. Aby rozwiązać problemy dotyczące natury liczby, przestrzeni, ruchu, czy matematycznego wnioskowania należy problemy te zredukować do czystej logiki. Co prawda nie podaje on uzasadnienia dla logiki, ale uważa, że obiekty logiczne można rozumieć jako byty, którym przysługuje typ istnienia inny niż bytom fizycznym, myślom, czy uczuciom. Obiekty logiczne istnieją poza czasem i są niezależne od naszych myśli. Istotne jest jednak to, aby wszystko, co może być pomyślane, można było wyrazić w prawdziwym lub fałszywym sądzie[27]. Wyraźnie w tym miejscu Russell nawiązuje do myśli Fregego.

Powyższa charakterystyka platonizmu w filozofii matematyki tamtych czasów umożliwia nam zasugerowanie ogólnych wniosków:

1. Typ platonizmu w filozofii matematyki z przełomu XIX i XX w. nie jest skrajny. Obok niezależnego istnienia świata idealnych obiektów matematycznych istnieją również realne obiekty fizyczne[28].

2. Matematyka spełnia rolę swoistego pośrednika między tym, co nieskończone, a tym, co skończone, czyli między światem czystych idei (czystej logiki) a światem zastosowań logicznych.

[27]Por. B. Russell, *The Principles of Mathematics*, George Allen and Unwin, London 1948, s. 43.

[28]Por. Z. Hajduk, *Ontologiczne założenia matematyki*, [w:] *Matematyczność przyrody*, red. M. Heller, J. Życiński i A. Michalik, OBI, Kraków 1992, s. 123.

3. Obiekty matematyczne ze świata czystych idei możemy analizować bez empirycznego odniesienia i niezależnie od naszego o nich myślenia. Obiekty te mają charakter aprioryczny.

4. Platońska metoda aksjomatyczna zapewnia wnioskowaniom pewność i niezmienność.

5. Umieszczając logikę w świecie idei, możemy odkrywać istnienie innych obiektów, nieraz o bardziej złożonych stukturach. Odkrywanie to odbywa się przy zastosowaniu reguł wnioskowania logicznego.

## 3. Platonizm w filozofii matematyki a poglądy Whiteheada

Najwięcej o poglądach filozoficznych Whiteheada z okresu jego matematycznej twórczości można wnosić na podstawie dwóch prac: *Traktaku o uniwerslanej algebrze* i *Matematycznych pojęć świata materialnego*[29]. W *Traktacie* Whitehead zastanawia się nad skonstruowaniem podstaw matematyki. Aby tego dokonać, trzeba jednak poczynić ogólne założenia, niezbędne do określenia matematyki jako nauki. Whitehead uważa, że matematyka najpełniej ujawnia swe cechy, gdy rozpatrywana jest jako nauka o „oderwanym" charakterze. To znaczy, że rozważania matematyczne należy prowadzić w „oderwaniu" od doświadczenia. Oderwanie to nie oznacza dla Whiteheada jednak takiego rozdzielenia, które wprowadzałoby radykalne zerwanie wszelkich związków z doświadczeniem. Określając „obiekt matematyczny", Whitehead zwraca uwagę, że powinien on mieć podwójny charakter. Z jednej strony ma być „konwencją generowaną aktem wyobraźni" (abstrakt), z drugiej strony ma jednak mieć pokrewieństwo z własnościami rzeczy istniejących realnie („konkret"). Whitehead bliżej nie określa, na czym polega generowanie obiektu matematycznego jako czynność aktu wyobraźni. Możemy jedynie przypuszczać, że nie chodzi tutaj o nadanie obiektowi matematycznemu przez „podmiot" ani konstruktywistycznego, ani czysto formalnego charakteru. Nie spotkamy w matematycznych pracach Whiteheada wzmianki o konstruowaniu podstawowego obiektu. Obiekt jest raczej „odkrywany" (wyabstrahowywany) niż konstruowany. Daleki jest również Whitehead od traktowania obiektu matematycznego czysto formalistycznie.

[29]Bliższe omówienie tych prac można znaleźć w *Traktacie o uniwersalnej algebrze*; J. Mączka, *Matematyczne inspiracje filozofii Whiteheada*, „Zagadnienia Filozoficzne w Nauce" 19 (1996), s. 108–126; tegoż, *O matematycznych pojęciach świata materialnego* [w druku].

Matematyka nie jest grą symboli. Symbol ma o tyle wartość, o ile „jakoś” wiąże się ze swoim znaczeniem. Jeżeli do rozważań matematycznych włączony jest „podmiot”, to tylko dla podkreślenia, że prowadzone rozważania mają odkryć schemat myślenia tego podmiotu. Czyli jest to poszukiwanie rozwiązania problemu postawionego wcześniej przez Leibniza.

Aby zrozumieć ontyczny status Whiteheadowskiego obiektu z *Traktatu*, należy podkreślić, że nie można go traktować jako „samodzielnego” indywiduum. Podstawą zrozumienia jest abstrakcyjna, a zarazem uniwersalna struktura, która ma posłużyć za scenę niezbędną do uchwycenia obiektu. Charakterystycznymi narzędziami tej struktury (elementami, którymi ta struktura „operuje”) są substytutywne znaki, które otrzymuje się poprzez swoiste „oderwanie” znaku od znaczenia. To oderwanie daje możliwość swobodnego operowania samymi znakami bez konieczności ciągłego odwoływania się do ich znaczenia. Na poziomie „czystej abstrakcji” znaki należy utożsamić z symbolami algebraicznymi. Proces „dochodzenia” do pojęcia „abstrakcyjnego znaku” przebiega podobnie jak w Platońskiej metaforze o jaskini. By nie pozostać w świecie cieni, trzeba podjąć trud oderwania się od zmysłowych złudzeń i rozpocząć drogę w górę do świata idei. Badając świat idei, uzyskujemy wiedzę o świecie cieni. Analogicznie u Whiteheada — dla niego o wiele ważniejsze staje się uchwycenie związków między znakami struktury niż szukanie ich znaczenia. Związek znaku, a właściwie operacji na znakach, z realnym odniesieniem jest zapewniony przez pojęcie równoważności. Generowanie znaków mogłoby zatem polegać na ukazywaniu obiektów matematycznych w „potencjalnej” abstrakcyjnej strukturze matematycznej. Powyższych stwierdzeń nie można w sposób jednoznaczny zaliczyć do tradycyjnie rozumianego platonizmu. Raczej możemy sugerować, że tylko pewne elementy analiz Whiteheada mogą uzyskać tradycyjnie platońską interpretację. Samą uniwersalną strukturę można by rozumieć jako konieczne tło dla ujawniania istnienia obiektów matematycznych. Podobną rolę spełnia w filozofii Platona ogólna charakterystyka świata idei. Dzięki zastosowaniu odpowiednich reguł wnioskowania można odkrywać całe spektrum nowych obiektów. Tę samą cechę ma uniwersalna struktura u Whiteheada. Manipulacja substytutywnymi znakami ma rozszerzać naszą wiedzę o inne obiekty, które nie były znane w pierwszej fazie badania struktury.

Rozważania nad ontologicznym statusem substytutywnego znaku podpowiadają, że nie można go traktować jako czysto Platońskej idei. Jeżeli mówimy o platonizmie Whiteheada, to na pewno nie jest to platonizm w jego skrajnej formie. U Whiteheada nie istnieje ostra granica między konkretem a abstrakcją. Można jedynie stwierdzić, że operacje prowadzone na substytutywnych znakach są o wiele pewniejsze od tych, które prowadziłoby się tylko na faktach empirycznych. Dla Whiteheada najcenniejsza jest jednak „równoważność" między oboma „światami". Przejście interpretacyjne od abstrakcji do konkretu jest drugim etapem drogi z Platońskiej metafory jaskini. Nie można pozostać tylko na poziomie idei, gdyż świat cieni musi znaleźć swoje usprawiedliwienie. Wniosek, jaki jednak wypływa z tych stwierdzeń, jest następujący: świat idei jest konstytutywny dla świata cieni. Można powiedzieć, że u Whiteheada przestrzeń abstrakcyjnych obiektów tworzy swoistą potencjalność dla konkretnych a nawet późniejszych zastosowań. Widać to szczególnie wyraźnie w artykule o *Matematycznych pojęciach świata materialnego*. Formalne konstrukcje poszczególnych pojęć świata materialnego nie mają charakteru koniecznościowego, tworzą jedynie „pole" możliwości i zakładają jakieś jego późniejsze zastosowania. Tym samym można powiedzieć, że Whitehead ma świadomość „ograniczeń", jakie płyną z operowania obiektami matematycznymi.

W tym miejscu należy wskazać na pewną różnicę między Platonem a Whiteheadem, a zarazem zaznaczyć specyfikę Whiteheadowskiego platonizmu. Konsekwencją platońskiej filozofii jest trudny do przezwyciężenia dualizm między światem idei a światem cieni. Whitehead wiedział, że trudność tę trzeba jakoś rozwiązać. Rozwiązaniem nie mógła być jednak dla niego druga skrajność, to znaczy monizm. Aby rozważany obiekt — zarówno od strony matematycznej, jak i fizycznej — zachował swoją tożsamość, trzeba mu nadać specyficzne cechy. Platonizm w wersji Whiteheada można więc nazwać relacyjnym dualizmem.

Między poglądami zaliczanymi do platońskich a poglądami Whiteheada widać jeszcze jedną różnicę. Dotyczy ona kwestii prawdy w matematyce. W rozważaniach Whiteheada nie znajdziemy wzmianki o tym, że jego matematyczne analizy w bezpośredni sposób łączą się z prawdą. W tradycyjnym platonizmie rozważania nad matematyką zmierzają do jednoznacznego określenie tego, co jest prawdą, a co nią nie jest. Rozstrzygnięcie dokonuje się w konfrontacji ze strukturą świata idei. Świat ten jest niezmienny, aczasowy, matematyczny, a zatem prawdziwy. U Whiteheada można wskazać inne kryterium prawdziwości, lub lepiej „naukowej wartości". Te struktury matematyczne mają największą wartość (są prawdziwe), które implikują jakąś formę fizycznego odniesienia. W *Traktacie* nie znajdujemy rozważań o czasie, możemy zatem sądzić, że uniwersalna struktura ma charakter aczasowy. Ponadto okazuje się, że — podobnie jak u Platona w abstrakcyjnym świecie idei — logika (reguły rozumowania) odgrywa istotną rolę. Nie możemy zatem z danych założeń otrzymać dowolnego obiektu, lecz jedynie taki, jaki jest możliwy przy zastosowaniu tych a nie innych reguł. Zabiegi te wydają się mieć jednak charakter metodologiczny, a nie ontyczny. Wygodniej jest operować uogólnieniami niż analizować obiekt z jego fizycznym uwarunkowaniem. Czynnik czasu pojawia się u Whiteheada w trakcie rozważań nad pojęciami świata materialnego. Do tego problemu powrócimy później.

W pracach matematycznych powstałych po *Traktacie* coraz większego znaczenia nabiera czynnik relacyjny. Whitehead, wbrew ogólnie przyjętemu wówczas poglądowi, próbuje tak ująć „świat materialny", by pojęcie elementu (obiektu) zupełnie z niego wyeliminować na rzecz relacji. Wydaje się, że relacje są na tyle podstawowe, że żaden obiekt matematyczny nie może być rozważany w swej indywidualnej formie, to znaczy, nie można rozważać obiektu matematycznego bez jego relacyjnego uwarunkowania. U Platona też trudno zrozumieć strukturę świata idei bez pojęcia proporcji matematycznej. To proporcja matematyczna wyznacza możliwe złożenia idei, a zarazem niejako sposoby funkcjonowania (istnienia) tych złożeń. Podkreślenie roli elementu relacyjnego sprawia, że logika (jej reguły) staje się narzędziem sięgającym do fundamentów badanego zagadnienia.

Zamiarem Whiteheada było również, by — obok logiki — do badań struktur materialnego świata włączyć czas. Wydaje się, że tym zabiegiem wyraża on przekonanie o możliwości sformalizowania (wyabstrahowania) pojęcia czasu. Platon w *Timajosie* poszukuje sposobu na przełożenie niezmienności świata idei na zmienność świata ich obrazów. Konstruuje więc czas tak, by miał on charakter matematyczny. Mówi wyraźnie: czas jest tym, „który naśladuje wieczność i który porusza się ruchem kołowym według praw matematycznych"[30]. Czas, aby płynąć, musi upodobnić się do następujących po sobie liczb[31]. W podobny sposób próbuje uchwycić czas Whitehead. Aby można było mówić o związku czysto formalnych schematów z fizyką, potrzebne jest abstrakcyjne pojęcie czasu. Myśl ta nie znajduje jednak pełnego rozwinięcia w jego wczesnych pracach. Whitehead nie podaje w nich abstrakcyjnej definicji czasu. Wprowadza natomiast relację czasową, która ma spełniać funkcję definiującą ruch. Wprawdzie brak w tej definicji odniesienia do pojęcia względności, jednak pozwala ona na uchwycenie geometrycznego związku chwili w czasie z punktem w przestrzeni.

---

[30] Platon, *Timajos*, 38a.

[31] Por. M. Heller, *Wieczność, czas, kosmos*, Znak, Kraków 1995, s. 24.

## 4. Rekonstrukcja filozofii

Spróbujmy dokonać posumowania tych elementów w matematycznych pracach Whiteheada, które implikują pewną doktrynę filozoficzną.

1. Matematyka, przy jej ogólnym rozumieniu, ma charakter „oderwany" (abstrakcyjny) od „przypadków szczególnych".

2. Obiekt matematyczny w swej istocie powinien być dwuaspektowy: abstrakcyjny i konkretny.

3. Obiektu matematycznego nie można traktować jako „samodzielnego indywiduum". Najpełniej ujawnia się on w uprzednio określonej uniwersalnej strukturze.

4. Uniwersalną strukturę należy traktować jako konieczne „tło" dla ujawnienia się istnienia „obiektu".

5. Uniwersalna struktura, wraz z jej abstrakcyjnymi obiektami, tworzy swoistą potencjalność dla konkretnych zastosowań (prototyp pola potencjalności).

6. Matematyka przez swoje zastosowanie do badania „świata materialnego" wyraża jedność świata.

7. Obiekty matematyczne dzięki wzajemnym relacjom tworzą swoistą hierarchię.

8. Pojęcie relacji o charakterze logicznym jest podstawowym narzędziem prowadzonych analiz.

9. Metodą analiz matematycznych jest metoda aksjomatyczno–dedukcyjna.

10. Filozoficzny kontekst matematycznych prac Whiteheada można nazwać *relacyjnym dualizmem.* Jest to pewna „forma" platonizmu, w którym platoński dualizm idei i materialnego świata został uzupełniony relacyjnym rozumieniem zarówno obiektów matematycznych, jak i elementów materialnego świata.