Z LEKTURY KLASYKÓW

ZAGADNIENIA FILOZOFICZNE
W NAUCE
XXI / 1997, s. 107–112*

Paul A. M. DIRAC

MATEMATYCZNE PODSTAWY TEORII KWANTÓW

W dniach 2–4 VI 1977 r. na Uniwersytecie Loyola w Nowym Orleanie odbyła się międzynarodowa konferencja poświęcona matematycznym i logicznym podstawom mechaniki kwantowej. Jednym z prelegentów był Paul A. M. Dirac; jego referat otwiera księgę sprawozdań z tej konferencji[1]*. Poniżej publikujemy znaczną część referatu Diraca.*

Cieszę się z tego, że mam okazję mówić do Państwa na temat matematycznych podstaw teorii kwantów. Pozwala mi to wyrazić moje własne poglądy na ten temat. Różnią się one w pewnej mierze od poglądów większości fizyków.

Chciałbym podkreślić niezbędność solidnej matematycznej bazy dla podstawowych teorii fizycznych. Filozoficzne idee żywione przez kogokolwiek mogą mieć tylko podrzędne znaczenie. Jeżeli tego rodzaju idee nie posiadają matematycznej bazy, pozostaną nieskuteczne.

Jako przykład filozoficznej idei nie posiadającej ścisłej matematycznej podstawy, chciałbym wspomnieć zasadę Macha. Einstein twierdził, że wiele zawdzięcza tej zasadzie w ustaleniu linii myślowej, która wiodła go do ogólnej teorii względności. Nie widzę jednak, jak to mogło być możliwe. Nie widzę, jakby można sformułować tę zasadę w odpowiednio ścisły sposób, tak by miała ona jakąkolwiek wartość w poszukiwaniu konkretnej fizycznej teorii[2].

*UWAGA: Tekst został zrekonstruowany przy pomocy środków automatycznych; możliwe są więc pewne błędy, których sygnalizacja jest mile widziana (obi@opoka.org). Tekst elektroniczny posiada odrębną numerację stron.

[1] *Mathematical Foundations of Quantum Theory*, ed. A. R. Marlow, Academic Press, New York — San Francisco — London, 1978, s. 1–8.

[2] Einstein zasadą Macha nazywał ideę, wedle której masa ciał nie jest ich „wewnętrzną własnością", lecz jest „indukowana" danemu ciału przez wszystkie masy obecne we Wszechświecie. Cudzysłowy użyte w tym sformułowaniu świadczą, że zasada Macha do dziś nie doczekała się ścisłego, uznawanego przez specjalistów, sformułowania (wszystkie następne przypisy pochodzą od tłumacza).

Należy starać się o to, by chęć znalezienia solidnej matematycznej bazy zawsze była na pierwszym miejscu w naszych poszukiwaniach nowej teorii. Fizyczne lub filozoficzne idee, jakie posiadamy, powinny być w ten sposób modyfikowane, by pasowały do matematyki, a nie przeciwnie.

Zbyt wielu fizyków jest skłonnych rozpoczynać od pewnych, uprzednio powziętych idei fizycznych, by potem rozwinąć je i znaleźć taki matematyczny schemat, do którego można by je włączyć. Taki sposób podejścia do problemu rzadko prowadzi do sukcesu. Wikłamy się wówczas w trudności i nie możemy znaleźć z nich rozsądnego wyjścia. Powinniśmy wówczas uznać, że całe nasze podejście jest złe i poszukać nowego punktu wyjścia opartego na solidnej matematycznej podstawie.

Konieczność stawiania matematyki na pierwszym miejscu jest następstwem jej bardziej sztywnej natury. Możemy igrać z naszymi fizycznymi lub filozoficznymi ideami po to, by je jakoś dostosowywać do matematyki. Ale nie możemy igrać z matematyką. Podlega ona całkowicie sztywnym regułom i jest bezwzględnie ograniczona zasadami logiki.

Powodem, dla którego tak mocno obstaję przy poglądach wyrażonych powyżej, jest sukces, jaki odniosłem stosując je w przeszłości. Moje pierwsze prace badawcze, we wczesnych latach dwudziestych, opierały się na orbitach Bohrowskich i były całkowicie bezowocne. Traktowałem orbity Bohra jako coś fizycznie rzeczywistego i próbowałem zbudować dla nich matematykę. Orbity Bohra stosują się do indywidualnych elektronów, a dla atomu zawierającego więcej elektronów należy brać pod uwagę orbity Bohra oddziaływające ze sobą. Razem z innymi ciężko pracowałem nad tym problemem.

Dziś widać, jak próżna to była praca. Heisenberg pokazał, że potrzeba całkiem nowej matematyki, w tym także nieprzemiennej algebry. Orbity Bohra były niedobrym pojęciem fizycznym i nie powinny być traktowane jako podstawa dla teorii.

Wyciągnąłem lekcję z tego doświadczenia. Nauczyłem się nie wierzyć żadnym fizycznym pojęciom jako podstawie dla teorii. Trzeba zaufać matematycznemu schematowi, nawet wówczas, gdy na pierwszy rzut oka wydaje się, że schemat ten nie ma związku z fizyką. Należy skoncentrować się na znalezieniu ciekawej matematyki.

Rozwinięto nieprzemienną algebrę i szybko zrozumiano, jak połączyć ją z dynamiką, posługując się analogią komutatora z nawiasem Poisona w hamiltonowskiej postaci mechaniki. W ten sposób została ustanowiona ogólna mechanika kwantowa, piękna i potężna teoria.

Podstawowe równania tej teorii zostały opracowane, zanim zrozumiano ich fizyczny sens. Fizyczny sens miał nastąpić po matematyce. Pełną fizyczną interpretację otrzymano dopiero kilka lat po ustaleniu matematycznej bazy. Interpretacja ta była związana z prawdopodobieństwami, podległymi relacjom nieoznaczoności.

Nowa teoria była bardzo satysfakcjonująca z wyjątkiem jednego jej aspektu: była ona nierelatywistyczna. Nie pasowała ona nawet do Einsteinowskiej szczególnej teorii względności, nie można więc jej było stosować do cząstek o wielkich prędkościach. Trudność była podstawowa. Ważną cechą teorii jest równanie falowe, które winno być liniowe ze względu na operator $\partial/\partial t$ a co za tym idzie powinno ono traktować czas inaczej niż współrzędne przestrzenne.

Trudność ta nie niepokoiła wówczas wielu fizyków. W swojej pracy posługiwali się oni równaniem falowym, opierającym się na relatywistycznym operatorze

$$\frac{\partial^2}{c^2\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2},$$

czyli tzw. równaniem Kleina–Gordona. Ale równanie to prowadziło do prawdopodobieństw, które nie były dodatnio określone, co nie ma żadnego sensu. Jedynie równania liniowe ze względu na $\partial/\partial t$ dają dodatnio określone prawdopodobieństwa.

Ale ówcześni fizycy nie zrażali się tym. Mówili po prostu: zamieńmy gęstość prawdopodobieństwa na gęstość ładunku. Gęstość ładunku może być ujemna lub dodatnia.

Uważałem takie stanowisko za niedopuszczalne. Oznaczało ono odejście od podstawowych idei nierelatywistycznej mechaniki kwantowej — idei, które wymagały, by równanie falowe było liniowe względem $\partial/\partial t$. Oznaczało ono odrzucenie całego pięknego matematycznego schematu na rzecz wprowadzenia pewnych fizycznych idei.

Moja dezaprobata wobec poglądów przyjmowanych przez większość fizyków kazała mi zastanawiać się nad tym problemem i w końcu doprowadziła mnie do nowego równania falowego, spełniającego zarówno wymagania (szczególnej) teorii względności, jak i warunek liniowości względem $\partial/\partial t$. Okazało się, że jest to zadowalające równanie opisujące elektron o spinie 1/2.

Rzecz zdumiewająca, cząstki o spinie 1/2 okazały się tak łatwe do opisania jak cząstki bez spinu. Można było się spodziewać, że najpierw trzeba będzie rozwiązać problem cząstek bez spinu, a dopiero potem wyposażyć je w spin. Ale matematyka wskazała inną drogę; to matematyka była drogowskazem.

Pojawienie się tego równania nie spowodowało, że mechanika kwantowa stała się natychmiast relatywistyczna. Stosuje się ono tylko do pojedynczego elektronu, a nie do większej liczby oddziaływających ze sobą cząstek.

Niektórzy uczeni próbowali zbudować ogólną teorię drogą rozważania większej liczby cząstek i wprowadzenia oddziaływania pomiędzy nimi przez dodanie do równań członów odpowiedzialnych za to oddziaływanie. Zakładano przy tym, że człony odpowiedzialne za oddziaływanie mają postać sugerowaną przez elektrodynamikę klasyczną, zmodyfikowaną jedynie zgodnie z wymaganiami szczególnej teorii względności.

Teoria, jaką otrzymano, nie była zadowalająca. Trzeba było zdefiniować równanie Schrödingera, ale gdy próbowano je rozwiązać, stosując standardowe metody zaburzeniowe, zawsze otrzymywano całki rozbieżne. Wydawało się, że równanie falowe nie ma rozwiązań.

Fizycy–teoretycy nie zaniechali jednak wysiłków. Zaczęli ustalać reguły, których celem było usuwanie nieskończoności, tak by można było rozwijać równania przy użyciu skończonych wielkości. Osiągano to dzięki renormalizacji podstawowych stałych fizycznych. Wyniki rachunków były dobrze określone i okazywały się zgodne z obserwacją.

Większość fizyków jest bardzo zadowolona z takiej sytuacji. Utrzymują oni, że jedyną rzeczą, jakiej należy wymagać, są reguły wykonywania rachunków i zgodność przewidywań z obserwacją.

Ale nie jest to jedyną rzeczą, jakiej należy wymagać. Trzeba dążyć do jednej, zwartej teorii, która stosowałaby się do wszystkich zjawisk, a nie do jednej teorii, która stosuje się do efektów nierelatywistycznych i całkiem innej teorii, która stosowałaby się do pewnych efektów relatywistycznych.

Co więcej, teoria musi być oparta na solidnej matematyce, w której zaniedbuje się tylko te wielkości, które są małe. Nie wolno zaniedbywać wielkości nieskończenie dużych. Idea renormalizacji byłaby sensowna tylko wtedy, gdyby w niej występowały skończone współczynniki renormalizacji, a nie współczynniki nieskończone.

Z tych racji uważam obecną elektrodynamikę kwantową za niezadowalającą. Nie można być tolerancyjnym w stosunku do jej braków. Zgodność z obserwacją jest prawdopodobnie przypadkowa, podobnie jak to miało miejsce z oryginalnymi rachunkami widma wodoru przy pomocy orbit

Bohra[3]. Takie przypadkowe zbieżności nie są powodem, dla którego można by przymykać oczy na braki teorii.

Kwantowa elektrodynamika jest raczej pod tym względem podobna do równania Kliena–Gordona. Jest ona zbudowana z fizycznych idei, które nie zostały we właściwy sposób włączone do teorii, i nie ma solidnej matematycznej podstawy. Musimy poszukiwać nowej relatywistycznej mechaniki kwantowej, i naszą główną troską musi być to, by zbudować ją na solidnej matematyce. Co należy robić, by to osiągnąć?

W dalszym ciągu artykułu Dirac usiłuje znaleźć odpowiedź na to pytanie. Jednakże, jak dziś wiadomo, jego propozycja nie dała spodziewanych przez niego rezultatów. Współczesna elektrodynamika kwantowa, mimo swoich niewątpliwych ogromnych sukcesów, ma nadal te braki, o których mówił Dirac. „Nieskończoności" z tej fizycznej teorii skutecznie usuwa zabieg renormalizacji, jednakże z matematycznego punktu widzenia sytuacja jest podobna do tej, jaka miała miejsce po wprowadzeniu do fizyki (zresztą przez Diraca właśnie) słynnej „funkcji delta" (zwanej również funkcją Diraca). Trzeba było czekać wiele lat aż Laurent Schwartz z intuicyjnego narzędzia opartego na fizycznych przesłankach zrobi solidną matematyczną teorie (teorię dystrybucji). Czy i tym razem historia się powtórzy i idea renormalizacji doczeka się swego matematycznego opracowania? Czy jednak idee fizyczne nie są czasem twórcze (jak to miało miejsce w przypadku funkcji Diraca)? Historia nauki wskazuje jednak — i pod tym względem należy przyznać rację Diracowi — że nie należy ufać intuicjom fizycznym (i filozoficznym), które zbyt długo stawiają opór solidnej matematyce.

Przekł. M. Heller

[3]Trudno zgodzić się z tym stanowiskiem Diraca. Dziś, po prawie dwudziestu latach od napisania tego artykułu, wiemy, że zgodność przewidywań wynikających z elektrodynamiki kwantowej z wynikami doświadczalnymi jest tak fantastyczna, iż nie można jej przypisywać przypadkowi. Fizycy są raczej zdania, że formalne braki elektrodynamiki kwantowej są wynikiem tego, iż jest ona niezbyt eleganckim przybliżeniem jakiejś nieznanej jeszcze teorii, którą kiedyś zapewne uda się wyrazić przy pomocy „solidnej matematyki", o jakiej mówi Dirac.