

Michał HELLER

CZAS I HISTORIA<sup>†</sup>

## 1. Względność historii

Jest rzeczą zadziwiającą, jak wiele naszych „dobrze ustalonych” przekonań opiera się na... przesądach. Mało kto przeczyłby temu, że Wszechświat ma swoją historię, bo przecież wszystko ma swoją historię. Pojęcie historii stało się jednym z kluczowych pojęć czasów nowożytnych. Można by zaryzykować twierdzenie, że myślenie w kategoriach historii zostało w jakiś sposób wbudowane do świadomości nowożytnego człowieka. Historia bywa często oskarżana o brak obiektywności: nie ma dwu identycznych sprawozdań z ciągu tych samych zdarzeń, ale jedynie zagorzały idealista byłby skłonny twierdzić, że ciąg jakichś zdarzeń zawdzięcza swoje istnienie tylko temu, że jest badany przez historyka.

Historie ludzi są zakorzenione w fizycznym świecie i to nie tylko w tym sensie, iż świat jest sceną, na której te historie się dzieją, ale także dlatego, że prawa fizyki nakładają ściśle ograniczenia na każdy ciąg zdarzeń, a więc i na ludzkie historie. Co więcej, wszystko wskazuje na to, że czas, ten nieubłągany miernik historii, jest określony prawami fizyki. Prawa fizyki klasycznej istotnie potwierdzają nasz „przesąd”, iż wszystko musi mieć swoją historię; a nawet więcej — że poszczególne historie (ludzi, planet, galaktyk...) są częściami jednej wielkiej historii, którą mamy prawo nazwać historią Wszechświata. Rzecz jednak w tym, że prawa fizyki klasycznej nie są prawami fundamentalnymi, lecz jedynie przybliżeniem, pewnego rodzaju „przypadkiem granicznym” praw bardziej fundamentalnych; z jednej strony (niejako od dołu) praw mechaniki kwantowej i teorii pól kwantowych, z drugiej strony (niejako od góry) praw ogólnej teorii względności, czyli Einsteinowskiej teo-

---

\*UWAGA: Tekst został zrekonstruowany przy pomocy środków automatycznych; możliwe są więc pewne błędy, których sygnalizacja jest mile widziana (obi@opoka.org). Tekst elektroniczny posiada odrębną numerację stron.

<sup>†</sup>Artykuł ten jest częścią większej całości.

rii grawitacji. Jest rzeczą filozoficznie niezmiernie fascynującą przyjrzeć się nieco dokładniej, w jaki sposób te bardziej fundamentalne prawa wpływają na rozumienie samego pojęcia historii fizycznego świata. W tym artykule ograniczymy się do rewizji pojęcia historii wymuszonej przez osiągnięcia ogólnej teorii względności, odkładając problemy związane z fizyką kwantową do innej okazji. Już teraz zobaczymy, z jak wielu „klasycznych przesądów” trzeba będzie zrezygnować.

Historią można nazwać każdy proces rozwijający się w czasie, o ile jest on ujmowany przez obserwatora (historyka). Związek czasu z historią jest oczywisty: przemijający charakter czasu stanowi ontologiczną bazę dla historii. Tu dotykamy sedna problemu. W ogólnej teorii względności — w zasadzie, tzn. poza bardzo szczególnymi przypadkami — nie ma jednego czasu, i co za tym idzie, nie ma jednej historii danego procesu. Stan ruchu obserwatora zmienia jego stosunek do obserwowanego procesu, a właśnie ten stosunek jest konstytutywnym elementem historii.

Typowy przykład stanowi proces grawitacyjnego kolapsu. Gdy odpowiednio ciężka gwiazda wyczerpie swoje paliwo jądrowe, zaczyna zapadać się pod wpływem własnego pola grawitacyjnego. Jeżeli proces ten jest oglądany przez obserwatora współzapadającego się z gwiazdą (np. znajdującego się na jej powierzchni), w jego oczach historia procesu rozegra się w skończonym czasie (on sam tego procesu nie przeżyje do końca), by osiągnąć swój finał w końcowej osobliwości (która jest, w pewnym sensie, czasowym odwróceniem osobliwości Wielkiego Wybuchu). Ale gdy ten sam proces ogląda „obserwator zewnętrzny”, tzn. pozostający w bezpiecznej odległości od kolapsującej gwiazdy, proces trwa nieskończenie długo, jedynie asymptotycznie zbliżając się do granicy, spoza której już by nie było powrotu.

To „dziwne” zachowanie się czasu wynika z tego, że w teorii względności pojęcie czasoprzestrzeni jest bardziej fundamentalne niż pojęcia czasu i przestrzeni wzięte oddzielnie. Stosunki czasoprzestrzenne są takie same w każdym układzie odniesienia (lokalnie, gdy czasoprzestrzeń nie jest płaska), podczas gdy rozkład czasoprzestrzeni oddzielnie na czas i przestrzeń jest różny w różnych układach odniesienia. Ten matematycznie prosty fakt ma daleko idące konsekwencje dla naszego rozumienia świata. Nad niektórymi z nich zastanowimy się w niniejszym artykule.

## 2. Czy istnieje globalna historia Wszechświata?

Zgodnie z podstawową ideą ogólnej teorii względności pole grawitacyjne utożsamia się z zakrzywieniem czasoprzestrzeni. To niezbyt precy-

zyjne stwierdzenie należy rozumieć następująco. Geometryczną strukturę czasoprzestrzeni opisuje pewna wielkość matematyczna zwana tensorem metrycznym, ale równocześnie, w fizycznej warstwie teorii, składowe tego tensora interpretuje się jako potencjały pola grawitacyjnego. A zatem ta sama wielkość matematyczna jest odpowiedzialna za geometrię czasoprzestrzeni i za nateżenie pola grawitacyjnego. Źródłami pola grawitacyjnego są masy, energie, pędy. Ich rozkład w czasoprzestrzeni opisuje tzw. *tensor energii-pędu*. Przyrównanie składowych pewnego wyrażenia tensorowego (zwanego *tensorem Einsteina*), zbudowanego z tensora metrycznego i jego pochodnych, do odpowiednich składowych tensora energii-pędu prowadzi do słynnych równań pola ogólnej teorii względności. Rozwiązanie równań pola<sup>1</sup> determinuje składowe tensora metrycznego — a więc równocześnie i „zakrzywienie” czasoprzestrzeni, i potencjały pola grawitacyjnego — w zależności od rozkładu źródeł pola grawitacyjnego w czasoprzestrzeni. Określona w ten sposób struktura czasoprzestrzeni może być bardzo skomplikowana. Albo ściślej: wyznaczona w ten sposób struktura czasoprzestrzeni niekiedy bywa stosunkowo prosta. Tu mają swoje źródło problemy z czasem.

Zwykle czas identyfikuje się jako jedną ze współrzędnych w danym układzie współrzędnych (układ współrzędnych jest matematycznym odpowiednikiem układu odniesienia) i problem sprowadza się do tego, że — poza szczególnie prostymi przypadkami — całej czasoprzestrzennej różnorodności<sup>2</sup> nie da się pokryć jednym układem współrzędnych. A zatem na ogół potrzeba „wielu czasów”, by opisać wszystko, co dzieje się w całej czasoprzestrzeni. To prawda, że w obszarze, na którym dwa układy współrzędnych nakładają się na siebie, zawsze możemy „gładko” przejść od jednego układu współrzędnych do innego układu współrzędnych (i odwrotnie), ale żaden z czasów określonych przez te układy współrzędnych nie jest w fizyczny sposób wyróżniony. Znane „paradoksy” związane z pomiarem czasu w różnych inercjalnych układach odniesienia są szczególnymi przypadkami tych ogólnych prawidłowości.

Czy zatem w kosmologii relatywistycznej można sensownie mówić o jednej, globalnej historii Wszechświata, dziejącej się od początku świata aż do

---

<sup>1</sup>Pojęcie rozwiązywania równań pola nie jest wcale prostym pojęciem. Nie będziemy tu jednak wnikać w szczegóły techniczne; por. D. Kramer, H. Stephani, M. MacCallum, E. Herlt, *Exact Solutions of Einstein's Field Equations*, Cambridge University Press, 1980.

<sup>2</sup>Z geometrycznego punktu widzenia czasoprzestrzeń jest gładką różnorodnością. Stąd niekiedy będziemy mówić o czasoprzestrzennej różnorodności lub krótko o różnorodności (gdymy będzie wiadomo, o jaką różnorodność chodzi).

jego końca, lub od czasowej „minus nieskończoności” do czasowej „plus nieskończoności”, jeżeli nie było początku i nie będzie końca? Odpowiedź jest natychmiastowa: w ogólnym przypadku — tzn. poza wyjątkowo prostymi rozwiązaniami równań pola — pojęcie globalnej historii Wszechświata jest bezsensowne. Ale przecież największym osiągnięciem kosmologii XX w. jest udana próba zrekonstruowania historii Wszechświata od Wielkiego Wybuchu, poprzez epokę nukleosyntezy, erę dominacji promieniowania elektromagnetycznego, powstawanie i ewolucję galaktyk, aż do epoki dzisiejszej. Wszystko więc wskazuje na to, że rozwiązanie równań Einsteina, poprawnie opisujące świat, w jakim żyjemy, należy do tego wyjątkowego podzbioru rozwiązań, w których istnieje czas globalny, tzn. takich rozwiązań, w których można wybrać jeden układ współrzędnych, pokrywający całą rozciągłość czasoprzestrzenną i uznać, że czas względem tego układu współrzędnych jest czasem odmierzanym globalną historią Wszechświata. Mamy więc interesujący wniosek: Nasz Wszechświat, ze względu na posiadanie globalnej historii, jest Wszechświatem wyjątkowym, lub ściślej: model kosmologiczny z dobrym przybliżeniem opisujący nasz Wszechświat należy do wyjątkowego podzbioru wszechświatów, posiadających globalną historię. Rodzi się frapujące pytanie: jakie warunki musi spełniać model kosmologiczny, aby należeć do tego wyróżnionego podzbioru? Okazuje się, że istnieje cała hierarchia tego rodzaju warunków, taka, że spełnienie coraz to mocniejszych warunków należących do tej hierarchii wymusza istnienie coraz „lepiej określonego” czasu. Nieco dokładniejsze przyjrzenie się tym warunkom pozwoli dojrzeć, w jaki sposób istnienie czasu (i historii) jest wplecione w geometryczną strukturę świata.

### 3. Struktura chronologiczna i przyczynowa czasoprzestrzeni

W poprzednim podrozdziale przekonaliśmy się, że — używając żargonu przyjętego przez fizyków i matematyków — historia Wszechświata nie jest niezmiennikiem wyboru układu współrzędnych. Jest rzeczą nieco zaskakującą, że historia pojedynczego obserwatora lub pojedynczej cząstki próbnej (o zerowej lub niezerowej masie spoczynkowej) nie zależy od wyboru układu współrzędnych. Jak wiadomo, historie takich obiektów to po prostu krzywe w czasoprzestrzeni — krzywe czasopodobne dla obserwatorów i cząstek o niezerowej masie spoczynkowej i krzywe (geodetyki) zerowe (zwane również świetlnymi) dla cząstek o zerowej masie spoczynkowej (dla fotonów). Pojęcie krzywej w czasoprzestrzeni jest dobrze określonym pojęciem geometrycznym, które nie zależy od wyboru układu współrzędnych. Wła-

śnie to pojęcie jest podstawowym narzędziem w badaniu struktury czasoprzestrzeni.

Filozofowie często traktują czas i przestrzeń jako „rozciągłości” (odpowiednio jedno- i trój-wymiarowe) pozbawione wszelkich geometrycznych własności (poza wymiarowością). Nic dalszego od prawdy. Czasoprzestrzeń — bo o niej powinniśmy mówić raczej niż oddzielnie o czasie i przestrzeni — ma bardzo bogatą strukturę, składającą się z wielu podstruktur, powiązanych ze sobą skomplikowaną siecią relacji. Sieć ta jest przedmiotem intensywnych badań<sup>3</sup>. Dwie tego rodzaju podstruktury stanowią punkt wyjścia do dalszych analiz: struktura chronologiczna i struktura przyczynowa (kauzalna).

*Struktura chronologiczna* z fizycznego punktu widzenia jest odpowiedzialna za ruch cząstek o niezerowej masie spoczynkowej w czasoprzestrzeni. Historiami cząstek o niezerowej masie spoczynkowej są krzywe czasopodobne (w szczególności swobodny spadek takich cząstek modelują czasopodobne geodetyki) i dlatego z geometrycznego punktu widzenia struktura chronologiczna sprowadza się do geometrii krzywych czasopodobnych. *Struktura przyczynowa* obejmuje strukturę chronologiczną, ale dołącza do niej to wszystko, co jest odpowiedzialne za ruch cząstek o zerowej masie spoczynkowej (fotonów), czyli geometrię krzywych zerowych. Łącznie krzywe czasopodobne i zerowe — a więc nieprzestrzennopodobne — będziemy nazywać *krzywymi przyczynowymi*.

Każdy punkt czasoprzestrzennej rozmaitości  $M$  ma tzw. *otoczenie normalne*. Wystarczy zapamiętać, że otoczenie normalne danego punktu  $p$  to taki „kawałek” czasoprzestrzeni  $M$ , obejmujący  $p$ , na którym struktura chronologiczna i przyczynowa zachowują się poprawnie (bez żadnych patologii). Bardziej technicznie, otoczenie normalne punktu  $p$  to takie otoczenie tego punktu, na którym wszystkie krzywe czasopodobne przechodzące przez  $p$  tworzą wewnątrz stożka świetlnego punktu  $p$ , a krzywe przyczynowe przechodzące przez  $p$  tworzą domknięcie tego stożka. Poza otoczeniem normalnym czasoprzestrzeń może wykazywać cały szereg rozmaitych patologii. Wiele z nich wyklucza istnienie globalnego czasu. W dalszym ciągu naszym celem będzie zidentyfikowanie tych patologii, a tym samym sformułowanie

---

<sup>3</sup>Klasyczną pracą, rozszyfrowującą tę strukturę, jest: J. Ehlers, F. A. E. Pirani, A. Schild, *The Geometry of Free Fall and Light Propagation*, [w:] *General Relativity — Papers in Honour of J. L. Synge*, ed. L. O. Raifeartaigh, Clarendon Press, Oxford 1972, s. 65–83.

warunków, jakie czasoprzestrzeń musi spełniać, by te patologie wykluczyć i w efekcie zagwarantować istnienie globalnego czasu.

#### 4. Przyczynowe patologie i istnienie globalnego czasu

Jedna z takich patologii polega na tym, że czasoprzestrzeń  $M$  zawiera zamknięte krzywe czasopodobne lub przyczynowe (tzn. czasopodobne lub zerowe). O takiej czasoprzestrzeni mówimy, że łamie ona *warunek chronologiczności* lub *przyczynowości*. We wszechświecie, w którym przynajmniej jeden z tych warunków jest złamany<sup>4</sup>, nie może istnieć czas globalny: globalna historia jest zastąpiona globalną powtórką lub istnieniem pętli czasowych; na takiej pętli czas jest „zamknięty” i bieg zdarzeń powtarza się nieskończenie wiele razy w następujących po sobie cyklach. Odkrycie pierwszego modelu kosmologicznego (rozwiązania równań Einsteina) przez Gödla w 1949 r.<sup>5</sup> z zamkniętymi krzywymi czasopodobnymi było dla teoretyków czymś w rodzaju szoku. Dziś znamy wiele rozwiązań z podobnymi patologiami przyczynowymi. Jeszcze raz się okazało, że rzeczywistość matematyczna jest bogatsza niż możliwości naszej wyobraźni.

Niektórzy myśliciele utrzymują, że idea zamkniętego czasu jest nie do przyjęcia, ponieważ prowadzi do sprzeczności. Wyobraźmy sobie na przykład następującą sytuację: ktoś trafia do własnej przeszłości i zabija swojego ojca przed swoim urodzeniem. Jak się do tego ustosunkować? Przede wszystkim istnienie rozwiązań z zamkniętymi krzywymi czasopodobnymi dowodzi, że idea zamkniętego czasu nie zawiera sprzeczności. Należy jednak pamiętać o tym, że każda teoria fizyczna opisuje tylko pewną dziedzinę zjawisk. Ogólna teoria względności opisuje jedynie te własności świata, które są związane z polem grawitacyjnym. Do tego, aby opisać powstanie życia i człowieka (lub tylko fizyczne warunki niezbędne do powstania życia i człowieka), z pewnością potrzeba czegoś znacznie więcej niż tylko teorii pola grawitacyjnego. Niewykluczone, że gdy kiedyś uda się stworzyć wszystkie potrzebne do wytłumaczenia życia teorie, nałożą one na teorię grawitacji warunki wykluczające istnienie zamkniętego czasu, ale tak czy inaczej będą to warunki dodatkowe w stosunku do ogólnej teorii względności. Co więcej, może się okazać, że to, czego poszukujemy, a mianowicie warunki istnienia globalnego czasu, są równocześnie warunkami koniecznymi do powstania

<sup>4</sup>Ściślej: którego czasoprzestrzeń łamie przynajmniej jeden z tych warunków. Jednakże w dalszym ciągu będziemy sobie pozwalać na tego rodzaju nieścisłości.

<sup>5</sup>K. Gödel, *An Example of a New Type of Cosmological Solution of Einstein's Field Equations of Gravitation*, „Rev. Mod. Phys.” 21: 1949, s. 447–450.

życia i człowieka. Sugestia taka wydaje się rozsądna, ponieważ życie jest oparte na chemii węgla, a powstanie węgla we Wszechświecie wymaga długiej historii (rzędu kilkunasztu miliardów lat); być może, wymaga również otwartości czasu.

Jeżeli chcemy wykluczyć patologiczne zachowania krzywych przyczynowych, winniśmy to uczynić z pewnym marginesem bezpieczeństwa. Mogą bowiem istnieć czasoprzestrzenie, w których wprawdzie nie ma zamkniętych krzywych przyczynowych, ale są „prawie zamknięte” krzywe czasowe. Może bowiem istnieć taka sytuacja, że jakaś krzywa przyczynowa powraca „dowolnie blisko do siebie samej”. Jest to sytuacja bardzo niebezpieczna, gdyż dowolnie małe zaburzenie (np. przemieszczenie mas) może spowodować zamknięcie krzywej przyczynowej. Wykluczenie istnienia krzywych przyczynowych powracających do tego samego otwartego otoczenia nazywa się *warunkiem silnej przyczynowości*.

Warunek silnej przyczynowości jest także bardzo pożądanym z innego powodu — poprawia on istotnie topologiczne własności czasoprzestrzeni. Tu kilka słów wyjaśnienia. Jak już wiemy, czasoprzestrzeń posiada strukturę gładkiej rozmaitości. Gładkość (a więc te własności strukturalne czasoprzestrzeni, które są związane z możliwością wykonywania na niej operacji typu różniczkowania) musi współgrać z ciągłością. Za ciągłość odpowiedzialna jest topologia. Naturalną dla rozmaitości jest topologia wyznaczona przez odwzorowania (tworzące tzw. *atlas*), które tę rozmaitość definiują<sup>6</sup>; nazywa się ją *topologią rozmaitościową*. Z drugiej jednak strony, przestrzenie przyczynowe mają inną, naturalną dla siebie, topologię, tak zwaną *topologię Aleksandrową*<sup>7</sup>. Otóż w ogólnym przypadku topologia rozmaitościowa i topologia Aleksandrowa nie muszą się pokrywać. Pokrywają się one jednak w czasoprzestrzeni, która spełnia warunek silnej przyczynowości<sup>8</sup>. A zatem warunek silnej przyczynowości poprawia własności czasowe i własności topologiczne czasoprzestrzeni, a także synchronizuje oba te typy własności ze sobą.

---

<sup>6</sup>Żąda się, by była to taka najszlubsza topologia, w której odwzorowania, tworzące atlas, są ciągle.

<sup>7</sup>Bazą tej topologii są przecięcia zbiorów, zwane chronologiczną przeszłością i chronologiczną przyszłością danego punktu. Z grubsza rzecz biorąc, chronologiczna przeszłość (przyszłość) odpowiada wewnątrz stożka świetlnego przeszłości (przyszłości) danego punktu.

<sup>8</sup>Dowód tego twierdzenia por. w mojej książce: *Osobliwy Wszechświat*, PWN, Warszawa 1991, s. 67–68.

Nie koniec jednak wszystkich kłopotów z przyczynowością. Można sobie bowiem wyobrazić taką czasoprzestrzeń, w której żadna krzywa przyczynowa nie powraca wprawdzie dowolnie blisko siebie samej (a więc w której spełniony jest warunek silnej przyczynowości), ale w której pewna krzywa przyczynowa zbliża się dowolnie blisko do innej krzywej przyczynowej, która z kolei powraca dowolnie blisko pierwszej krzywej. W takiej sytuacji zachodzi poważne *zagrożenie* przyczynowości. Można je wykluczyć, przyjmując jeszcze silniejsze warunki przyczynowości. B. Carter<sup>9</sup> wykazał, że istnieje cała (nieprzeliczalna) hierarchia przyczynowych patologii (krzywa  $\gamma$  nieograniczenie zbliża się do krzywej  $\gamma_1$ , która nieograniczenie zbliża się do krzywej  $\gamma_2$ , która... itd., a ostatnia krzywa powraca dowolnie blisko do krzywej  $\gamma$ ); wykluczając je, otrzymujemy hierarchię coraz mocniejszych warunków przyczynowości.

Istnienie nieskończonej hierarchii warunków przyczynowych byłoby czymś estetycznie wysoce niezadowalającym, gdyby nie fakt, że można sformułować taki warunek, który zawiera w sobie całą tę hierarchię warunków przyczynowych, a ponadto okazuje się niezwykle ważny nie tylko ze względu na temporalne własności czasoprzestrzeni, lecz jest także istotnie związany z możliwością uprawiania na niej fizyki (makroskopowej).

## 5. Stabilna przyczynowość i struktura Lorentza

Uprawianie fizyki istotnie wiąże się z możliwością wykonywania pomiarów odstępów czasowych i odległości przestrzennych, ale by takie pomiary miały w ogóle sens, czasoprzestrzeń musi posiadać strukturę metryczną, czyli musi być wyposażona w odpowiednią metrykę. W fizyce teoretycznej *czasoprzestrzeń* nazywa się wręcz parą  $(M, g)$ , gdzie  $M$  jest 4-wymiarową gładką rozmaitością, a  $g$  — metryką Lorentza określoną na tej rozmaitości. Przez *metrykę Lorentza* rozumiemy taką metrykę, która w odpowiednio małym obszarze czasoprzestrzeni  $M$  pokrywa się z metryką Minkowskiego, znaną ze szczególnej teorii względności. W zasadzie  $g$  mogłoby być inną metryką, ale zgodność teorii z bardzo wieloma wynikami eksperymentów wymownie przekonuje, że winna to być właśnie metryka Lorentza. Wykonywanie pomiarów jest związane z jeszcze inną okolicznością. Każdy pomiar jest obciążony pewnym nieuniknionym błędem. A ponieważ pomiar jest określony przez strukturę metryczną czasoprzestrzeni (czyli przez jej metrykę),

---

<sup>9</sup> *Causal Structure in Space-Time*, „General Relativity and Gravitation” 1: 1971, s. 349–391.



nigdy nie możemy być pewni, że mierząc jakiś odstęp czasowy lub długość w przestrzeni, eksploatujemy metrykę Lorentza  $g_1$ , na rozmaitości czasoprzestrzennej  $M$ , czy też jakąś inną metrykę  $g_2$ , dowolnie „bliską” metryce  $g_1$  na  $M$ . Jeżeli więc pomiary czasu i przestrzeni (a pomiary wielu innych wielkości fizycznych zależą od pomiarów czasu i przestrzeni) mają mieć sens fizyczny, to powinny być one *stabilne za względu na małe zaburzenia metryki Lorentza  $g$  na  $M$* , tzn. małe zaburzenie metryki  $g$  nie powinno prowadzić do dużej zmiany wyników przeprowadzanych pomiarów. Gdyby tak nie było, nigdy nie mielibyśmy pewności, czy „w ramach błędów pomiarowych” nie znajdują się jakieś możliwe wyniki pomiarów, drastycznie różne od tych, które właśnie otrzymujemy. *Możliwość uprawiania fizyki zakłada stabilność pomiarów ze względu na małe zaburzenia metryki.*

I tu miła niespodzianka. Okazuje się, że jeżeli zażądamy, by własność przyczynowości czasoprzestrzeni była stabilna ze względu na małe zaburzenia metryki Lorentza, to nie tylko gwarantujemy spełnienie całej, wykrytej przez Cartera, hierarchii warunków przyczynowości, lecz również wymuszamy na czasoprzestrzeni istnienie globalnego czasu. Wynika stąd, że możliwość wykonywania pomiarów (a więc możliwość uprawiania fizyki), niepatologiczne własności przyczynowości i istnienie globalnego czasu są ze sobą ściśle powiązane, są po prostu różnymi aspektami tej samej struktury czasoprzestrzeni. Przejdźmy jednak do bardziej systematycznego wykładu.

Mówimy, że czasoprzestrzeń  $(M, g)$  spełnia warunek *stabilnej przyczynowości* lub jest *stabilnie przyczynowa*, jeżeli małe zaburzenie metryki Lorentza  $g$  nie powoduje powstawania w niej zamkniętych krzywych przyczynowych. Chcąc określić czas globalny w czasoprzestrzeni  $(M, g)$ , musimy dysponować rodzajem zegara, który by czas taki odmierzał. Dla fizyka-teoretyka tego rodzaju zegarem jest funkcja określona na rozmaitości  $M$ , która monotonicznie rośnie wzdłuż każdej krzywej przyczynowej. (Zauważamy, że mój ręczny zegarek jest instrumentem, który definiuje taką funkcję wzdłuż krzywej przyczynowej, będącej historią mojego życia. Założywszy, że zegarek nigdy nie staje, w połączeniu z datą, jaką wskazuje, określa on funkcję monotonicznie rosnącą wzdłuż historii mojego życia.) Funkcje takie nazywają się *funkcjami globalnego czasu*. Hawking udowodnił piękne twierdzenie, które głosi, że w czasoprzestrzeni  $(M, g)$  istnieją funkcje globalnego czasu wtedy i tylko wtedy, gdy czasoprzestrzeń ta jest stabilnie przyczynowa<sup>10</sup>.

---

<sup>10</sup>S. W. Hawking, *The Existence of Cosmic Time Functions*, „Proc. R. Soc. Lond.” A 308: 1968, s. 433–435.

Pouczający jest dowód twierdzenia Hawkinga. Jest to dowód konstrukcyjny. Rozważmy stożek świetlny przeszłości punktu  $p$  w czasoprzestrzeni  $(M, g)$ . Jeżeli punkt  $p$  porusza się ku przyszłości wzdłuż przyczynowej krzywej w czasoprzestrzeni, objętość<sup>11</sup> wnętrza stożka rośnie. Otrzymujemy więc funkcję rosnącą wzdłuż krzywych przyczynowych; funkcja ta zależy oczywiście od metryki  $g$ , ale nie musi być „wystarczająco gładka”. Ażeby taką gładkość zapewnić, należy tę funkcję „uśrednić” po metrykach Lorentza bliskich metryce  $g$ . Zabieg ten tylko wówczas ma sens, jeżeli bliskie metryki nie produkują zamkniętych krzywych przyczynowych. Tego rodzaju „uśredniona objętość wnętrza stożka” jest globalną funkcją czasu. Jeżeli funkcje takie istnieją, to czasoprzestrzeń  $(M, g)$  jest stabilnie przyczynowa; i odwrotnie — jeżeli czasoprzestrzeń  $(M, g)$  jest stabilnie przyczynowa, to takie funkcje zawsze można w niej skonstruować.

Twierdzenie Hawkinga orzeka więc, że w czasoprzestrzeni stabilnie przyczynowej zawsze istnieje czas globalny (nazywa się go niekiedy również *czasem kosmicznym*). Jest on globalny w tym sensie, że monotonicznie narasta („od początku do końca Wszechświata”) wzdłuż każdej krzywej przyczynowej, a więc wzdłuż historii każdego obserwatora, ale czasy globalne różnych obserwatorów nie muszą być ze sobą zsynchronizowane, tzn. ich funkcje globalnego czasu mogą „narastać” w różnym tempie.

Warto dodać, że powyższe wyniki o głębokim znaczeniu dla fizyki zostały osiągnięte przy pomocy zaawansowanych, ale bardzo eleganckich, technik matematycznych. I tak na przykład, celem precyzyjnego określenia stabilnej przyczynowości definiuje się przestrzeń wszystkich metryk Lorentza na danej gładkiej rozmaitości  $M$  (przestrzeń tę oznacza się zwykle przez  $LorM$ ), dobiera się właściwą topologię na tej przestrzeni i dopiero po jej określeniu właściwego sensu nabiera powiedzenie o przejściu od danej metryki Lorentza do innej, bliskiej jej metryki (czyli powiedzenie o „zaburzeniu” metryki Lorentza). W tym języku dowodzi się również twierdzenia o istnieniu funkcji globalnego czasu w czasoprzestrzeniach stabilnie przyczynowych<sup>12</sup>.

A więc pytanie: czy nasz Wszechświat ma jedną historię? sprowadza się do pytania: czy czasoprzestrzeń naszego Wszechświata jest stabilnie przyczynowa? Istnieje wiele racji skłaniających do pozytywnej odpowiedzi na oba te pytania. Jedną z nich jest to, że współczesna kosmologia z tak dużym sukcesem rekonstruuje historię Wszechświata, trwającą kilkanaście mi-

<sup>11</sup>Ażeby pojęcie objętości wnętrza stożka miało sens, uprzednio definiuje się odpowiednią miarę na czasoprzestrzeni.

<sup>12</sup>Por. *Osobliwy Wszechświat*, s. 70–74.

liardów lat. Natychmiast rodzi się dalsze pytanie: jakie są fizyczne powody tego, że czasoprzestrzeń Wszechświata jest stabilnie przyczynowa, a co za tym idzie, że we Wszechświecie istnieje czas globalny? Nie znamy obecnie odpowiedzi na to pytanie. Odpowiedź „bo w innym Wszechświecie nie mogłoby nas być” wydaje się raczej unikaniem niż odpowiedzią — w każdym razie dopóki nie wyczerpiemy wszystkich możliwości znalezienia odpowiedzi, odwołującej się do bardziej fizycznych racji. A wszystko wskazuje na to, że racji tych należy szukać na fundamentalnym poziomie fizyki, tzn. tam, gdzie teoria kwantów łączy się z teorią grawitacji. W tym kierunku winny zmierzać dalsze badania. Tymczasem jednak wróćmy do głównego wątku niniejszego artykułu.

## 6. Czas i determinizm

W relatywistycznym Wszechświecie, którego czasoprzestrzeń spełnia warunek stabilnej przyczynowości, istnieje czas globalny, ale Wszechświat taki w niewielkim stopniu przypomina Newtonowski kosmos z jego absolutnym czasem i absolutną przestrzenią. Jak widzieliśmy, w tego rodzaju relatywistycznym wszechświecie każdy obserwator ma swój własny zegar, wskazujący czas kosmiczny, ale zegary różnych obserwatorów nie muszą być zsynchronizowane ze sobą. Co więcej, w takim wszechświecie na ogół nie da się jednoznacznie określić przestrzeni stałego czasu, czyli zbioru zdarzeń równoczesnych w całym wszechświecie w jednej chwili. Ale wymagania przyczynowości można jeszcze bardziej wzmocnić tak, ażeby relatywistyczny wszechświat bardziej upodobił się do wszechświata fizyki klasycznej. W tym celu wprowadzamy następującą definicję. *Powierzchnią Cauchy’ego* w czasoprzestrzeni  $(M, g)$  nazywa się podzbiór  $S$  różności  $M$ , który każda (nieprzedłużalna) krzywa przyczynowa przecina tylko raz<sup>13</sup>. Można uznać, że punkty przecięcia krzywych przyczynowych ze zbiorem  $S$  wyznaczają tę samą chwilę, a ponieważ dotyczy to *wszystkich* krzywych przyczynowych, mamy tę samą chwilę w całym wszechświecie. A zatem powierzchnię Cauchy’ego można uznać za „przestrzeń równego czasu”.

Powierzchnia Cauchy’ego ma jeszcze inne, ważne znaczenie. Wszechświat mechaniki klasycznej był deterministyczny, tzn. wyznaczenie położenia i pędów wszystkich cząstek we wszechświecie w pewnej chwili jednoznacz-

---

<sup>13</sup>Ściśle rzecz biorąc, dotyczy to tylko tzw. krzywych nieprzedłużalnych. W tym wykładzie celowo pomijam niekiedy techniczne szczegóły, gdyż nie chcę zaciemniać nimi poglądowej przejrzystości, o którą przede wszystkim mi chodzi. Szczegóły techniczne Czytelnik znajdzie w *Osobliwym Wszechświecie*.

nie określało całą historię wszechświata (w przeszłości i w przyszłości). Innymi słowy, we wszechświecie klasycznym zawsze istniała powierzchnia Cauchy'ego, na której należało zadać tylko położenia i pędy wszystkich cząstek (czyli tzw. *dane Cauchy'ego*), by znać całą historię kosmosu. Natomiast we wszechświecie relatywistycznym na ogół nie ma powierzchni Cauchy'ego. A więc wszechświat taki na ogół nie jest deterministyczny, czyli nie można w nim zadać takich danych Cauchy'ego, które by jednoznacznie określały całą historię tego wszechświata. W takich wszechświatach mogą pojawiać się tzw. *częściowe powierzchnie Cauchy'ego*. Jeżeli na takiej powierzchni zadamy dane Cauchy'ego, to determinują one nie całą czasoprzestrzeń lecz jedynie pewien jej obszar. Obszar ten jest oddzielony tzw. *horyzontami Cauchy'ego* od tych obszarów, które nie zależą przyczynowo od danych na częściowej powierzchni Cauchy'ego. To wszystko wynika oczywiście z faktu istnienia w teorii względności nieprzekraczalnej prędkości rozchodzenia się oddziaływań fizycznych, jaką jest prędkość światła w próżni.

Ale możemy zmusić czasoprzestrzeń do tego, aby stała się deterministyczna przez nałożenie odpowiedniego warunku; nazywa się on warunkiem globalnej hiperboliczności. Czasoprzestrzeń jest *globalnie hiperboliczna*<sup>14</sup>, jeżeli istnieje w niej globalna powierzchnia Cauchy'ego. Można udowodnić twierdzenie<sup>15</sup>, że czasoprzestrzeń  $(M, g)$  jest globalnie hiperboliczna wtedy i tylko wtedy, jeżeli rozmierność czasoprzestrzenną  $M$  da się przedstawić (topologicznie) w postaci iloczynu kartezjańskiego  $T \times S$ , gdzie  $T$  jest czasem globalnym, a  $S$  powierzchnią Cauchy'ego w  $M$ , czyli gdy czasoprzestrzeń można jednoznacznie (w sensie topologicznym) rozłożyć na globalny czas i powierzchnie stałego czasu.

Przyczynowość, determinizm i czas okazują się więc różnymi aspektami tej samej geometrycznej struktury czasoprzestrzeni<sup>16</sup>.

## 7. Architektura czasoprzestrzeni

Być może, dla naszej „potocznej wyobraźni”, tzn. dla wyobraźni nie skażonej bliższym kontaktem z naukami ścisłymi, czas i przestrzeń są jakimiś bezpostaciowymi tworcami, które — razem wzięte — tworzą coś w rodzaju pustej sceny, na której mają się rozgrywać fizyczne procesy. Dla no-

<sup>14</sup>Nazwa ta pochodzi z teorii różniczkowych równań hiperbolicznych.

<sup>15</sup>Por. *Osobliwy Wszechświat*, s. 82–83.

<sup>16</sup>Obszerniej na temat determinizmu i indeterminizmu w ogólnej teorii względności pisałem w artykule: *Laplace's Demon in the Relativistic Universe*, „The Astronomy Quarterly” 8: 1991, s. 219–243.

woczesnej geometrii, i dla współczesnej fizyki obficie wykorzystującej geometryczne metody, z pewnością tak nie jest. Widzieliśmy, w jaki sposób w czasoprzestrzeni wyróżnia się strukturę przyczynową (z jej różnymi warunkami przyczynowymi), strukturę chronologiczną, strukturę deterministyczną (Cauchy'ego) i metryczną strukturę Lorentza (zwaną też krótko strukturą Lorentza). Widzieliśmy także, w jaki sposób wszystkie te struktury współpracują ze sobą. Trzeba tu podkreślić rolę struktury Lorentza. Nie tylko zawiera ona w sobie wszystkie pozostałe struktury czasoprzestrzeni i koordynuje je wszystkie ze sobą, lecz również dodaje do całości nowe, bardzo pożądane elementy. I czyni to w sposób niesłychanie „przemysłny”. Struktura Lorentza jest strukturą matematyczną, ale zawiera to wszystko, co fizykowi jest potrzebne. Zawarte są w niej informacje o odległościach przestrzennych, odstępach czasowych, rozchodzeniu się światła i przyczynowości, o pomiarze kątów, równoczesności i jeszcze wielu innych rzeczach<sup>17</sup>. Ale także o grawitacji — jak pamiętamy, składowe tensora metrycznego, który definiuje strukturę Lorentza, są równocześnie potencjałami pola grawitacyjnego.

Odkrycie bogatej architektury czasoprzestrzeni jest wspólnym dziełem ogólnej teorii względności i nowoczesnej geometrii. Z odkrycia tego płynie ważna lekcja: jeżeli chcemy zrozumieć podstawy fizyki, jeżeli chcemy dokopać się do jej fundamentalnego poziomu, musimy zmierzyć się z matematycznymi strukturami. Być może, nie wystarczą struktury już znane; może trzeba je będzie zmodyfikować, uogólnić lub odkryć nowe, ale dla fizyki teoretycznej nie ma innej drogi, jak tylko „królewska droga matematyki”.

---

<sup>17</sup>Por. R. K. Sachs, H. Wu, *General Relativity for Mathematicians*, Springer, New York 1997, s. 12.