RECENZJE

ZAGADNIENIA FILOZOFICZNE
W NAUCE
XXVI / 2000, s. 128–134*

Michał HELLER

MÓZG I MATEMATYKA

• Stanislas Dehaene, *The Number Sense — How the Mind Creates Mathematics?* Oxford University Press, New York — Oxford, 1997, ss. XI+274.

„Stay tuned, as the next ten years of brain research are most likely to yield many more exciting insights about this special organ that makes us human" (s. 230).

Kilka lat temu znacznego rozgłosu nabrała książka — zapis dyskusji, w której dwaj francuscy uczeni, Jean–Pierre Changeux — neurobiolog i Alain Connes — matematyk — rozprawiają na temat relacji pomiędzy mózgiem, matematyką i światem fizycznym (J.–P. Changeux, A. Connes, *Conversation on Mind, Matter and Mathematics*, Princeton University Press, Princeton 1995. Francuski oryginał pt. *Matiére et Pensée*, ukazał się w r. 1989 staraniem wydawnictwa Odile Jacob). Dyskusja ta jest typowym przykładem mówienia dwoma językami z nikłą szansą na porozumienie. Changeux twierdzi, że jego badania ukazują mu, w jaki sposób obiekty matematyczne powstają w mózgu. Matematyka jest więc tworem człowieka. Connes dowodzi, że w swojej pracy odkrywa obiekty matematyczne, które istnieją niezależnie od jego odkrycia. Jest więc realistą lub inaczej platonikiem. Lektura pasjonująca, ale dyskutanci pozostają nieprzekonani. Wykształcenie i rodzaj uprawianej nauki polaryzują widzenie i nie pozwalają ustawić się w perspektywie oponenta.

*UWAGA: Tekst został zrekonstruowany przy pomocy środków automatycznych; możliwe są więc pewne błędy, których sygnalizacja jest mile widziana (obi@opoka.org). Tekst elektroniczny posiada odrębną numerację stron.

Mam oto przed sobą inną książkę o podobnej tematyce. Jej autorem jest Stanislas Dehaene, matematyk, który przekwalifikował się na „kognitywnego neuropsychologa” (określenie ze skrzydełka książki) i który współpracuje z Jean–Pierre Changeaux. Tytuł książki *The Number Sense — How the Mind Creates Mathematics?* zdradza, który z dwu zawodów autora przeważył w ukształtowaniu jego poglądów na naturę matematyki. Ale bezpośrednim celem książki nie są filozoficzne spory o naturę matematyki, lecz zapoznanie czytelnika z najnowszymi badaniami dotyczącymi tego „jak mózg tworzy matematykę”. Badania te i ich wyniki są fascynujące (i często przeczące dotychczasowym obiegowym opi–niom), a sposób ich przedstawienia czytelnikowi ujawnia fachowość i niewątpliwy talent popularyzatorski autora. Wnioski filozoficzne pojawiają się niejako na marginesie głównego wątku i właśnie dlatego mogą sprawiać wrażenie mocno zakorzenionych w doświadczeniu, a więc przekonywujących. Ale takimi nie są. I właśnie z tego względu pragnę w tym omówieniu poświęcić im więcej uwagi. Ale najpierw rzut oka na główny wątek książki.

Empiryczne badania nad matematycznymi zdolnościami mózgu rozwinęły się w ciągu ostatnich piętnastu lat. W epoce poprzedzającej ten okres poglądy na ten temat były zdominowane przez tzw. konstruktywizm. Jego twórca, szwajcarski psycholog, Jean Piaget, głosił, że matematyczne i logiczne zdolności mózgu kształtują się w okresie dziecięcym przez „obserwację, internalizowanie i abstrahowanie” regularności, jakich dziecko doświadcza w kontaktach z zewnętrznym światem. Mózg noworodka jest pod tym względem niezapisaną tablicą, pozbawioną jakiejkolwiek wiedzy pojęciowej. Piaget i jego uczniowie wykonywali rozmaite testy, które miały wykazywać słuszność konstruktywizmu. Dziś wiemy z pewnością, że konstruktywizm jest poglądem fałszywym a testy Piageta były obarczone błędem. Zakładały one mianowicie, że małe dzieci, pytane w najprostszy sposób, rozumieją te pytania. Okazało się, że tak nie jest, a w stwierdzeniu tego pomogły doświadczenia ze zwierzętami. Zwierzęcia nie można wprost zapytać. Chcąc zbadać jego zdolności matematyczne, należy umieścić zwierzę w sytuacji, w której musi ono dokonywać wyborów, zdradzających jego „sposób rozumowania”. Gdy zastosowano tę metodę do dzieci (nawet do noworodków!), okazało się, że posiadają one — podobnie jak dorosłe szczury czy szympansy — elementarne zdolności matematyczne.

Ta część omawianej książki jest naprawdę fascynująca. Podziwiać można zarówno osiągane wyniki, jak i przemyślność metod, dzięki którym stały się one możliwe. Dowiadujemy się na przykład, że niemowlę ma wrodzone pojęcie liczby, ale nie większej niż 3 lub 4; że liczebność przedmiotów, ale tylko do 3 lub 4, chwyta „na oko", bez liczenia; że jego pojęcie liczby jest „rozmyte", tzn. że dla niemowlęcia liczebność jakiegoś zbioru najczęściej wynosi na przykład 3, lecz niekiedy liczebność tego samego zbioru może wynosić 2 lub 4. Ale, rzecz zaskakująca, niemowlęta przed 15–tym miesiącem życia prawdopodobnie nie mają pojęcia uporządkowania od liczb mniejszych do większych.

Wszystko wskazuje na to, że dla niemowląt i niektórych zwierząt matematyka nie jest językiem. Mają one bowiem zdolności wykonywania elementarnych działań na małych liczbach, ale nie mają żadnych zdolności językowych. Co więcej, wiadomo już dziś, że nasze zdolności językowe kontroluje lewa półkula mózgowa, podczas gdy w „czynności matematyczne" zaangażowane są ośrodki rozlokowane w różnych częściach całego mózgu.

Można więc wyciągnąć wniosek, że mózg noworodków „pojawia się od razu wyposażony w liczbowe detektory, które prawdopodobnie zostały ustalone jeszcze przed urodzeniem" (s. 61); innymi słowy, iż to ewolucja zaprogramowała nasz mózg w ten sposób, że przychodzimy na świat jako „matematycy".

Doświadczenia z małymi dziećmi i zwierzętami wykazały jeszcze jedną interesującą właściwość mózgu: nasz „mózgowy moduł" odpowiedzialny za działania numeryczne jest hiperwrażliwy na informacje dotyczące umiejscowienia liczonych przedmiotów i trajektorie ich ruchów, a zupełnie nieczuły na zmiany ich ubarwienia lub kształtów. Na przykład przedmiot, po zmianie barwy, jest liczony jako ten sam, ale przedmiot, który zniknął i pojawił się ponownie jest już traktowany jako inny przedmiot. A oto komentarz autora: „Z ewolucyjnego punktu widzenia, jest rzeczą godną uwagi, że natura związała podstawy arytmetyki z najbardziej fundamentalnymi prawami fizyki. Przynajmniej trzy takie prawa są wykorzystywane przez ludzki «zmysł liczby»: Po pierwsze, przedmiot nie może równocześnie zajmować dwóch różnych miejsc. Po drugie, dwa przedmioty nie mogą zajmować tego samego miejsca. I wreszcie, fizyczny przedmiot nie może ani nagle znikać, ani też nagle pojawiać się w poprzednio pustym miejscu. Jego trajektoria musi być ciągła" (s. 60). Filozoficzne refleksje nasuwają się same.

Nasza wiedza o tym, „jak mózg tworzy matematykę", nie opiera się tylko na doświadczeniach (których jedynie niewielka próbka została zasygnalizowana powyżej); jest ona istotnie wzbogacana przez naszą obecną wiedzę o budowie mózgu i jego funkcjonowaniu. Istotną rolę odgrywają tu badania kliniczne, które analizując rozmaite uszkodzenia mózgu, pozwalają zlokalizować ośrodki odpowiedzialne za konkretne czynności. Z kolei najnowsze odmiany tomografii komputerowej umożliwiają niemal bezpośrednie śledzenie mózgu podczas jego pracy. Nie będę streszczać tych części książki. Odsyłam Czytelnika bezpośrednio do jej pasjonującej lektury. To właśnie do tych ciągle narastających osiągnięć odnosi się zdanie autora, które umieściłem jako motto niniejszej recenzji, a w którym zachęca on nas, byśmy nie przestawali śledzić tej dziedziny badań, gdyż w najbliższych kilkunastu latach będzie ona świadkiem sukcesów, które przyczynią się do zrozumienia tego, co jest istotne dla naszego człowieczeństwa.

Ale już teraz — jak wspomniałem — trudno powstrzymać się od filozoficznych refleksji, niekoniecznie nawet na marginesie badań prowadzonych i opisanych przez Stanislasa Dehaene. Przede wszystkim narzuca się pytanie: Czy rzeczywiście najnowsze badania, ukazując jak „mózg tworzy matematykę", obalają platonizm jako stanowisko w filozofii matematyki? Sam Stanislas Dehaene zdecydowanie broni twierdzącej odpowiedzi na to pytanie. Po raz pierwszy bezpośredni atak na platonizm pojawia się w jego książce na str. 117. Dehaene zarzuca tam Connesowi, że nie jest prawdą, jakoby obiekty matematyczne były „nieskażone kulturowymi skojarzeniami". Nie jest to słuszne — jego zdaniem — przynajmniej w odniesieniu do liczb, które są przecież najbardziej podstawowymi obiektami matematycznymi. „To z całą pewnością nie jakieś «abstrakcyjne pojęcie» liczby, lub eteryczne rozumienie matematyki, napędzało ewolucję systemów liczbowych. Gdyby tak było, jak to zauważyły generacje matematyków, zapis binarny byłby znacznie bardziej racjonalnym wyborem niż nasza dobra, stara podstawa 10" (s. 117). Jest to kolosalne nieporozumienie. Żaden rozsądny zwolennik platonizmu w filozofii matematyki nie twierdzi, że ewolucja pojęć matematycznych nie zależy od przypadkowych okoliczności historii i kultury, rozróżnia tylko problem genezy pojęć matematycznych (jak one powstawały i ewoluowały w historii ludzkości) od problemu ich „ontologicznej natury". Odnośnie pierwszego z tych problemów platonik ma zasadniczo takie same poglądy jak Dehaene; ale odnośnie drugiego różni się od niego istotnie.

Czy rzeczywiście różnice są aż tak istotne? Przede wszystkim platonik z wielką sympatią wita wyniki eksperymentów stwierdzające, że niemowlęta przychodzą na świat z wrodzonymi mechanizmami ujmowania liczebności niewielkich zbiorów, że te same zdolności można stwierdzić u zwierząt i że są one niezależne od zdolności językowych (por. s. 244). To już samo w sobie brzmi prawie jak platonizm. Stara teza Piageta, że zdolności matematyczne nabywa się przez kontakt ze światem, była znacznie bardziej w duchu matematycznego intuicjonizmu, któremu tak sprzyja Dehaene. Oczywiście w tym interpretacyjnym sporze trzeba odwołać się do ewolucji, która nas wyposażyła w takie a nie inne zdolności. Na str. 245–246 czytamy: „Jako ludzie urodziliśmy się z wielorakimi intuicjami dotyczącymi liczb, zbiorów, ciągłych wielkości, iteracji, logiki i geometrii przestrzeni". Ale — zdaniem Dehaene'a — wszystkie te funkcje nasz mózg spełnia nie jako komputer cyfrowy lecz jako urządzenie analogowe (s. 237). Innymi słowy, w mózgu przebiegają rozmaite procesy na mocy ściśle określonych praw fizyki, prawa te wyrażają się przy pomocy pewnych równań matematycznych i właśnie te równania stanowią „analogowy program" mózgu (na tym, w najogólniejszych zarysach, polega idea komputera analogowego). A więc matematyczność naszego mózgu sprowadza się do matematyczności praw fizyki. I tu, w całej ostrości, pojawia się problem: dlaczego prawa fizyki (lub ogólniej: prawa przyrody) są matematyczne? Odwoływanie się do ewolucji nie na wiele się tu przyda; ewolucja bowiem zakłada prawa przyrody, lecz ich nie wyjaśnia. Były wprawdzie próby dowodzenia, że prawa przyrody powstały z „pierwotnego chaosu" drogą statystycznych uśrednień, czegoś w rodzaju naturalnego doboru, ale próby te dotychczas nie zostały uwieńczone żadnym poważniejszym sukcesem, a i one zakładają apriorycznie ważność rachunku prawdopodobieństwa i jego pochodnej — statystyki. Są to bogate teorie matematyczne i pytanie, dlaczego właśnie one obowiązują w naszym świecie, jest doniosłym pytaniem, które domaga się odpowiedzi. W filozofii matematyki istnieją praktycznie tylko dwa stanowiska, które próbują „oswoić" to pytanie (bo trudno mówić o odpowiedzi na nie). Według pierwszego z nich matematyka tkwi w świecie, przyroda po prostu *jest* matematyczna; matematyka to nic innego, jak tylko pewien aspekt struktury świata. Według drugiego stanowiska struktury matematyczne są bardziej pierwotne (w ontologicznym sensie) niż struktura świata (to właśnie jest platonizm). Nie tu miejsce na rozważanie argumentów na rzecz jednej i drugiej strony (por. moje artykuły w XX (s. 66–78) i XII (s. 3–14) numerze *Zagadnień*); warto tylko zaznaczyć, że chociaż wielu myślicielom pierwsze stanowisko wydaje się bardziej atrakcyjne, to jednak praktyka fizyków zakłada pierwsze: bez przyjęcia *a priori* jakichś praw fizyki i matematyki nie da się skonstruować żadnego modelu ani żadnej teorii fizycznej.

Tak czy inaczej to ewolucja wyposażyła nasz mózg w pewne umiejętności matematyczne, ale odkrywając strukturę naszego mózgu i sposoby jego funkcjonowania, możemy jedynie zrozumieć, jak w naszym mózgu powstają pojęcia matematyczne, ale nie jesteśmy w stanie wyjaśnić probabilistycznych strategii ewolucji (ponieważ to mózg jest produktem ewolucji, a nie odwrotnie) i nie jesteśmy w stanie odpowiedzieć na pytanie, dlaczego prawa przyrody (także i te, które umożliwiają funkcjonowanie naszego mózgu) są matematyczne.

Cała ta dyskusja jest w zasadzie zbyteczna, ponieważ z góry wiadomo, że badając mózg, możemy wyjaśnić tylko genezę naszych pojęć matematycznych, a nie naturę i istnienie obiektów matematycznych. Trudności rodzą się wtedy, gdy ktoś tych dwu problemów nie rozróżnia.

Stanislas Dehaene jest zbyt mądrym autorem, by tak zasadniczych rzeczy nie odróżniał. Na ostatnich stronicach jego książki czytamy: „Twierdzenie, że arytmetyka jest produktem naszego umysłu, nie zakłada, iż jest ona arbitralna i że na jakiejś innej planecie moglibyśmy się urodzić z ideą, że 1+1=3. W trakcie poligenicznej ewolucji oraz w okresie mózgowego rozwoju w dzieciństwie selekcja sprawiła, że mózg konstruuje wewnętrzne reprezentacje, które są przystosowane do zewnętrznego świata. Arytmetyka jest taką adaptacją. W naszej skali świat jest zbudowany przeważnie z oddzielonych od siebie obiektów, które łączą się w zbiory zgodnie ze znanym równaniem 1+1=2. I to właśnie dlatego ewolucja zaszczepiła tę regułę do naszych genów” (s. 249). To wcale nie jest obalenie platonizmu. To jest przecież dokładnie to samo (tylko trochę innymi słowami), o czym pisałem powyżej.

Nie koniec jednak nieporozumień. Nieco dalej nasz autor stwierdza: „Platonizm zawiera w sobie niezaprzeczalny element prawdy, gdy podkreśla, że fizyczna rzeczywistość jest zorganizowana według struktur, które wyprzedzają ludzki umysł. Nie powiedziałbym jednak, że ta organizacja ma matematyczną naturę. Raczej to ludzki umysł przekłada ją na matematykę” (ss. 251–252). Widać z tego cytatu wyraźnie, że Dehaene matematyką nazywa to, co jest produktem ludzkiego umysłu. Ale w takim razie jest to kwestia definicji i cały problem przestaje być wart dyskusji. Jeżeli jednak rozróżnić nasze reprezentacje matematyczne od tego czego one są reprezentacją, to problem się dopiero zaczyna.

Ostatnio przytoczone cytaty pochodzą z końcowego podrozdziału omawianej książki, noszącego znamienny tytuł *The Unreasonable Effectiveness of Mathematics*. Warto ten podrozdział uważnie przeczytać, by przekonać się, do jakiego bałaganu myślowego może prowadzić zbyt powierzchowne traktowanie bardzo głębokich problemów.

Michał Heller